

速習！基礎から学ぶ

光学ゼミナール

黒田 和男

試し読み



Advanced Communication Media

アドコム・メディア株式会社

まえがき

本書は2018年から3年間にわたり「光学ゼミナール」と題して「O plus E」に連載した18編の記事をまとめたものである。本連載では、大学学部および大学院における光学の講義の参考書となることを念頭において、テーマを選択した。全18回は

第1部：第1～第7回 波動光学

第2部：第8～第13回 幾何光学

第3部：第14～第18回 物理光学からの各論

と分けられる。

第1部と第2部では、標準的な光学の講義で扱うテーマを取り上げた。通読すれば、光学の主要な部分を学習できるであろう。この部分を合計で13回としたのは、大学における講義回数（1学期15回程度）も考慮した。事実、第1部と第2部は筆者が以前に作った講義ノートを基に執筆した。

第3部は入門書からは外れるが、物理光学で筆者が重要と考えるテーマを取り上げた。第3部の各回は独立しているので、興味のある回を選んで読んでいただければよい。

各テーマは1回ないし2回の読み切りとし（2回に分けたのは、回折理論と焦点、偏光と偏光素子、そして、近軸光学(1)、(2)の3テーマ）、1テーマを1回分（8～10ページ）に納めた。各回は、難易度に応じて、Introductory Course と Advanced Course に分けた。Introductory Course では、各回で扱う内容の概略を整理し、簡潔に解説した。この部分を読めば、各回の要点は一通り習得できるはずである。Advanced Course は、本体を補足する注釈群で、主に、(1) Introductory Course に現れた面倒な数式の展開と、(2) Introductory Course で扱うには程度の高い理論の紹介を取り上げた。例えば、「第1回 電磁波」の「詳解 A 電磁波の伝搬」では、マクスウェル方程式の平面波解を導き電磁波の伝搬を論じた。これらは入門コースの読者には難しいであろうが、光学の教科書には落とせない項目である。

ところで、本文を Introductory Course と Advanced Course の2つに分けたのは、できるだけ平易な内容にしてほしいという編集部の要望と、難易度にとらわれず書きたいことを書きたいように書きたいという筆者の思いを同時に満たす方法として考案したものである。ある意味折衷案であり、教科書の書き方として成功したか否かは分からないが、読者には筆者の意図を汲んでいただければ幸いである。

Introductory Course で述べた光学理論のほとんどすべては Advanced Course で基礎から導出した。そのため、他の専門書はほとんど引用していない。また、原著論文の引用も控えた。これを補うため、巻末に主な光学の教科書を列挙したので参考にしていきたい。

本書の完成には多くの方にお世話になった。渋谷真人氏（東京工芸大学名誉教授）には掲載を通して原稿に丹念に目を通していただいた。同氏の光学現場の経験に基づく有益なコメントから、数式の展開における分かり難さや間違いの指摘まで多くの助言をいただいた。梅田和昇氏（中央大学教授）には、完全拡散面に関する筆者の誤解をご指摘いただいた（本書では修正済み）。宇都宮大学の同僚の谷田貝豊彦氏（筑波大学名誉教授）と武田光夫氏（電気通信大学名誉教授）には光学全般について折にふれご教示いただいた。これらの方々に心より感謝申し上げます。最後になるが、O plus E 編集部には、大変お世話になった。特に、晩年になって筆者の大学人としての活動を飾る機会を与えていただいたこと、心より感謝申し上げます。

2021 年 6 月

黒田 和 男

式番号，図番号についての注意：連載時には，式番号には全体の通し番号をつけず，毎回，式 (1) から始めた。本書で他の回の式を引用するときは，回番号と式番号を“-”で繋いで表現した。例えば，式 (12-34) は第 12 回の式 (34) を表す。図番号についても同様である。図 1-2 は第 1 回の図 2 を表す。

目 次

まえがき	i	第 3 回 干渉	15
目次	iii	Introductory Course	
		1. はじめに	15
第 1 回 電磁波	1	2. 可干渉条件	15
Introductory Course		3. 理想的な単色光の干渉	15
1. はじめに	1	4. 可視度	16
2. 電磁波	1	5. コヒーレンス関数	16
3. 波動	2	6. ヤングの干渉縞	17
4. 複素表現	2	7. 2 つの平面波が作る干渉縞	17
5. 3 次元の波	3	8. 等厚干渉	17
6. 屈折率	3	9. 多光束干渉	18
Advanced Course		10. 等傾角干渉	19
詳解 A 電磁波の伝搬	4	11. 強度干渉	20
A.1 マクスウェル方程式	4	Advanced Course	
A.2 平面波	4	詳解 A 単層膜	20
A.3 屈折率	5	詳解 B ヤングの干渉計と空間的コヒーレンス	21
A.4 光強度	6	詳解 C マイケルソン干渉計と	
A.5 波動方程式	6	時間的コヒーレンス	22
詳解 B ベクトル微分公式	6	詳解 D 強度干渉	23
コラム A 電場と磁場の変化は同位相	5	コラム 2 台のレーザーは干渉するか?	24
コラム B 孫悟空効果	7		
第 2 回 反射と屈折	8	第 4 回 回折理論	25
Introductory Course		Introductory Course	
1. はじめに	8	1. はじめに	25
2. 反射屈折の法則	8	2. ホイヘンスの原理	25
3. フレネル係数	8	3. 回折積分	25
4. 反射率と透過率	9	4. バビネの原理	26
5. 入射角依存性	10	5. フレネル回折	27
6. 全反射	11	5.1 2 次関数近似	27
Advanced Course		5.2 ナイフエッジによるフレネル回折	27
詳解 A スネルの法則	12	5.3 フレネルゾーン	27
詳解 B フレネル係数	12	6. フラウンホーファー回折	28
B.1 s 偏光	12	Advanced Course	
B.2 p 偏光	13	詳解 A フレネル・キルヒホッフの回折積分	28
詳解 C ストークスの関係式	13	A.1 グリーンの定理	28
詳解 D エバネッセント波	13	A.2 キルヒホッフの積分定理	29
コラム A ブルースター角の物理的説明は正しいか?	11	A.3 積分領域の設定とキルヒホッフの境界条件	30
		A.4 球面波入射の場合	30

A.5 入射光の一般化	30	4.3 円偏光	48
詳解 B キルヒホッフの境界条件について	30	4.4 楕円偏光	48
詳解 C レイリー・ゾンマーフェルトの 回折積分	31	5. 偏光の分解と合成	49
詳解 D ナイフエッジによるフレネル回折	31	5.1 直線偏光の合成	49
詳解 E コヒーレンス関数とコヒーレンス度	32	5.2 左右円偏光の合成	49
コラム グリーン関数の使い分け	33	6. 円偏光の反射	50
		7. ストークスパラメーターとポアンカレ球	50
第 5 回 焦点	34	Advanced Course	
Introductory Course		詳解 A 電場ベクトルが描く図形	51
1. はじめに	34	詳解 B 標準形	51
2. 回折限界	34	詳解 C 2 次式の標準形への変換	52
3. 干渉縞と回折限界	34	C.1 固有値	52
4. 干渉による像形成	34	C.2 固有ベクトル	52
5. エアリーの回折像	35	詳解 D ストークスパラメーターの極座標 表現	52
6. 光学系の分解能	35	詳解 E 直線偏光の左右円偏光への分解	53
Advanced Course		詳解 F 偏光のストークスパラメーターと 複素数表現の関係	53
詳解 A 平面波展開法	37	コラム 右円偏光は右ネジか左ネジか	49
A.1 平面波分解と合成	37		
A.2 フレネル回折	38		
A.3 積分核の計算	38	第 7 回 偏光素子	54
詳解 B 無収差レンズの焦点近傍の強度分布	39	Introductory Course	
詳解 C 極座標から直交座標への変数変換	39	1. はじめに	54
詳解 D 矩形開口レンズの回折像	40	2. 偏光素子	54
詳解 E 円形レンズの回折像	40	2.1 旋光子	54
詳解 F 焦点近傍の 3 次元強度分布	40	2.2 偏光素子の回転	55
詳解 G 波面収差	42	2.3 偏光子	55
詳解 H ストレールデフィニション	42	2.4 移相子 (波長板)	57
詳解 I 収差が小さい時のストレールデフィニ ションの近似式	43	3. ポアンカレ球	59
詳解 J ほぼ無収差であるための波面収差の 許容量	43	3.1 偏光子	59
コラム 2 つのレイリーの条件について	45	3.2 旋光子	59
		3.3 波長板	59
第 6 回 偏光	46	3.4 固有偏光	59
Introductory Course		3.5 偏光の変換	60
1. はじめに	46	4. 偏光の測定	60
2. 偏光	46	Advanced Course	
3. 反射光の偏光	47	詳解 A 3 次元ベクトル表示	60
4. 偏光の表示	47	詳解 B 偏光の干渉縞	61
4.1 ジョーンズベクトル	47	詳解 C 部分偏光	62
4.2 直線偏光	48	詳解 D ミューラー行列	63
		詳解 E 全反射における位相差	64
		コラム 偏光子を表す図形	56

第 8 回 幾何光学の基礎	65	4.6 瞳と開口数	81
Introductory Course		コラム 虹	77
1. はじめに	65		
2. 光線	65	第 10 回 近軸光学 (1)	82
3. 均質な媒質からなる光学系	66	Introductory Course	
4. フェルマーの原理	66	1. はじめに	82
5. フェルマーの原理による屈折の法則の導出	67	2. レンズパラメーター	82
6. 波面とアイコナール	67	3. 近軸光線の表現	83
7. アイコナールの微分	68	4. 符号の約束	83
8. アイコナール方程式	69	5. 移行	83
9. 光線方程式	69	6. 単一球面による屈折	84
Advanced Course		7. 光線行列	84
詳解 A フェルマーの原理と変分法	69	8. 光線行列による結像式	85
A.1 停留値条件	69	8.1 結像式	85
A.2 光線方程式	70	8.2 倍率	85
A.3 アイコナールの微分	71	Advanced Course	
詳解 B 屈折率ベクトルと波動ベクトル	71	詳解 A 球面反射	86
詳解 C 複素振幅関数のアイコナール近似	71	詳解 B 表計算による近軸光線追跡	86
詳解 D 光路長積分の変形と微分	72	詳解 C アイコナール	88
詳解 E アイコナールの微分から光線方程式を導く	72	C.1 点アイコナール	88
コラム 解析幾何光学	73	C.2 角アイコナール	89
		C.3 点アイコナールと角アイコナールの関係	89
		C.4 混合アイコナール	90
		C.5 波面収差	90
第 9 回 光学素子	74	コラム $y\bar{y}$ ダイアグラム	87
Introductory Course			
1. はじめに	74	第 11 回 近軸光学 (2)	91
2. 平面反射鏡	74	Introductory Course	
2.1 2 枚鏡	74	1. はじめに	91
2.2 コーナーキューブ	75	2. 主要点	91
3. プリズム	75	3. 主要点と焦点距離	93
3.1 プリズムによる光線の屈折	75	3.1 主要点	93
3.2 最小偏角	76	3.2 焦点距離	93
3.3 プリズムによる分散	76	4. 単レンズの焦点距離	93
3.4 プリズム分光器の分解能	76	5. 縦倍率	93
3.5 全反射プリズム	77	6. アフォーカル系	94
4. レンズ	78	Advanced Course	
4.1 結像	78	詳解 A 結像式と連分数	95
4.2 焦点距離	78	A.1 結像式	95
4.3 レンズの公式	79	A.2 連分数とガウスの括弧式	95
4.4 複合レンズの焦点距離	80	詳解 B 理想結像と射影変換	97
4.5 単レンズによる結像	80		

コラム A 連分数の思い出	96	D.3 非点収差+像面湾曲	122
コラム B 2次元射影空間とメビウスの帯	98	D.4 歪曲収差	122
第 12 回 完全結像	101	詳解 E ゼルニケ多項式	122
Introductory Course		コラム meridional と sagittal	117
1. はじめに	101	第 14 回 フーリエ光学	124
2. デカルトの卵形面	101	Introductory Course	
3. 余弦条件	103	1. はじめに	124
4. アッペの正弦条件	104	2. フーリエ変換	124
5. ハーシェルの条件	104	3. レンズのフーリエ変換作用	124
Advanced Course		3.1 フーリエ面	124
詳解 A 1つの平面を完全結像する光学系	105	3.2 フーリエ変換レンズ	125
詳解 B 球対称光学系	106	3.3 空間周波数	125
詳解 C マクスウェルの魚眼	107	3.4 入力面	125
詳解 D ルネブルクレレンズ	108	4. 4f 光学系, または, 再回折光学系	125
D.1 はじめに	108	5. コヒーレント結像	126
D.2 屈折率分布が満たす積分方程式	108	6. インコヒーレント結像	127
D.3 積分方程式の解	109	6.1 点像強度分布関数	127
D.4 例: $n = \sqrt{2 - r^2}$	110	6.2 OTF	127
コラム Mathematical Theory of Optics	112	6.3 無収差レンズのインコヒーレント OTF	128
第 13 回 収差	113	6.4 コヒーレント結像の OTF	128
Introductory Course		6.5 部分コヒーレント結像	129
1. はじめに	113	Advanced Course	
2. 単色収差	113	詳解 A 合成積と相関関数	129
3. ザイデル収差	113	A.1 定義	129
3.1 球面収差	114	A.2 合成積定理	129
3.2 コマ収差	114	詳解 B 線形応答系	130
3.3 非点収差	115	詳解 C レンズのフーリエ光学	131
3.4 像面湾曲	115	C.1 フレネル回折	131
3.5 歪曲収差	115	C.2 薄肉単レンズ	131
4. 波面収差	116	C.3 光学系	132
5. 色収差	116	C.4 式 (48) の展開	132
5.1 分散	116	C.5 共役の場合	132
5.2 色消しレンズ	117	C.6 共役関係にない場合	133
Advanced Course		C.7 フーリエ変換作用	133
詳解 A 波面収差と横収差の関係	118	コラム 時間信号と空間信号	130
詳解 B 参照球面の中心の移動	119	第 15 回 測光・測色	134
詳解 C 波面収差の級数展開	120	Introductory Course	
詳解 D ザイデル収差	121	1. はじめに	134
D.1 球面収差	121	2. 眼	134
D.2 コマ収差	121		

3. 放射量と測光量	135	第 17 回 統計光学	154
4. 標準観測者	135	Advanced Course	
5. 点光源の光度	136	1. はじめに	154
6. 面光源の輝度	136	2. コヒーレンス関数とコヒーレンス度	154
7. 照度と発散度	137	3. 相互スペクトル密度関数	155
8. 完全拡散面	138	4. 準単色光	156
9. 輝度不変則	138	5. 波動方程式	156
10. 色彩論	139	6. コヒーレンス関数の伝搬	157
11. 色表現：混色系	140	7. ファンシッター・ゼルニケの定理	158
11.1 RGB 表色系	140	8. スペックル	159
11.2 XYZ 表色系	140	9. スペックルの数理モデル	159
Advanced Course		10. 特性関数とモーメント	160
詳解 A 黒体放射	141	11. スペックルコントラスト	161
A.1 熱平衡状態にある放射	141	12. 相関関数	161
A.2 光子気体	142	13. 独立なスペックルの重畳	162
A.3 熱光源	142	コラム カラースペックル	163
A.4 黒体放射の放射輝度	143		
A.5 輝度不変則と熱力学第 2 法則	143	第 18 回 放射	164
コラム 波動光学的輝度	139	Introductory Course	
第 16 回 結晶光学	144	1. はじめに	164
Introductory Course		2. 電磁ポテンシャル	164
1. はじめに	144	3. 点光源からの放射	165
2. 二重像	144	3.1 遅延ポテンシャル	165
2.1 固有偏光	144	3.2 電気双極子放射	166
2.2 波面法線と光線方向	145	3.2.1 ベクトルポテンシャル	166
3. 屈折率面と光線速度面	145	3.2.2 スカラーポテンシャル	166
4. 複屈折	147	3.2.3 ファーフィールド	167
5. 結晶の分類	147	3.3 単色光	168
Advanced Course		4. 自然放出と誘導放出	168
詳解 A 誘電率テンソル	148	4.1 自然放出, 誘導放出, 吸収	168
詳解 B 結晶光学理論	149	4.2 アインシュタインの A 係数, B 係数	170
B.1 マクスウェル方程式	149	4.3 黒体放射	170
B.2 平面波の電磁場ベクトル	149	Advanced Course	
B.3 固有偏光と屈折率	150	詳解 A 波動方程式の解	170
B.4 フレネル方程式	150	詳解 B 電荷の連続の式	172
詳解 C 一軸結晶	151	詳解 C 状態密度	172
詳解 D 屈折率面と光線速度面の幾何学的な 関係	151	詳解 D 黒体放射 (再び)	173
詳解 E 屈折率楕円体	152	詳解 E 放射の量子論	173
詳解 F 光学活性	152	参考文献	174
コラム 結晶光学的曲面	148	索引	175

第2回 反射と屈折

Introductory Course

1. はじめに

屈折率の異なる媒質の境界面に光が到達すると、エネルギーの一部分は屈折して第2の媒質中に侵入し、残りは反射して第1の媒質中に戻される。今回は反射と屈折について学ぶ。

2. 反射屈折の法則

入射側の媒質の屈折率を n_1 、透過側の媒質の屈折率を n_2 とする。境界面は平面であるとして、ここに平面波が入射する。平面波を1本の光線で代表して表す(図1)。入射光線が境界面と交叉する点から、境界面に対する法線を引く。法線と入射光線からなる面を**入射面**という。反射屈折の法則の第1は、反射光線も屈折光線も入射面内にあることである。すなわち、反射光も屈折光も振じれない。

境界面の法線から測った入射光線の角度 θ_1 を入射角という。同様に、屈折光線が法線となす角度 θ_2 を屈折角、反射光線が法線となす角度 θ'_1 を反射角という。入射角と屈折角の間には、よく知られている**スネルの法則**(Snell's law)

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2 \quad (1)$$

が成り立つ(詳解A)。一方、**反射の法則**は、反射角は入射角と等しく符号が逆、すなわち

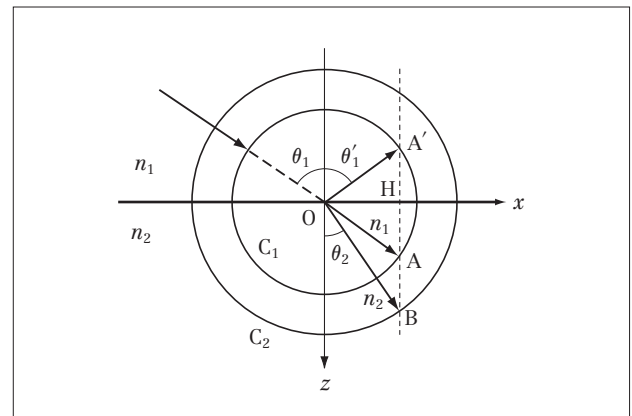


図1 反射屈折の法則

$$\theta'_1 = -\theta_1 \quad (2)$$

となる。

屈折光を作図で求める方法を図1で説明する。入射面上に、入射点Oを中心として半径 n_1 の円 C_1 と n_2 の円 C_2 を描く。入射光線が C_1 と交わる点Aから境界面に垂直に直線を引き、 C_2 との交点をBとする。屈折光はOBの方向に進む。垂線が境界面と交わる点をHとすると、長さ $\overline{OH}$ が $n_1 \sin \theta_1$ および $n_2 \sin \theta_2$ となることを確かめよ。さらに、垂線が C_1 の上半円と交わる点を A' とすると、 OA' は反射光線を与える。

3. フレネル係数

次に、どれだけの割合で反射屈折が起こるかを考えよう。入射光強度に対する反射光強度の比を**反射率**、屈折

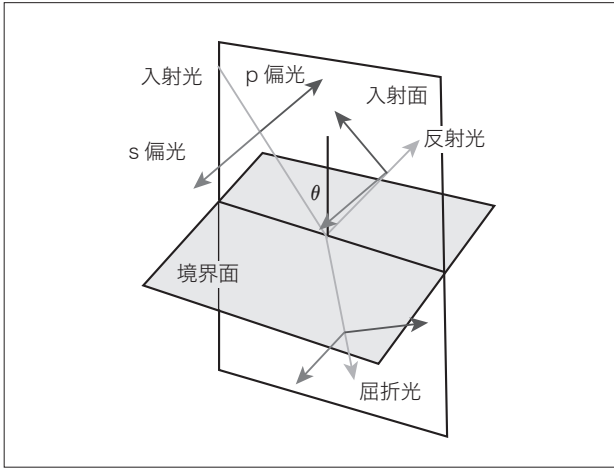


図2 s偏光とp偏光

光強度の比を**透過率**という。これらの値を求めるために、振幅レベルでの反射率（**振幅反射係数**）と透過率（**振幅透過係数**）を考察する必要がある。振幅レベルでは、大きさだけではなく、位相変化も考慮される。これらは、**フレネル係数**（Fresnel coefficients）と呼ばれる。フレネル係数は、入射光の偏光状態によって異なる。入射光は**s偏光**と**p偏光**に分けられる。その説明から入ろう。

図2には、境界面と入射面が3次元的に描かれている。入射光について、電場ベクトルが入射面に垂直になる直線偏光をs偏光、電場ベクトルが入射面内に含まれる直線偏光をp偏光と呼ぶ*1。はじめにs偏光を考えよう。s偏光では、入射光、屈折光、反射光のすべてに対し電場は同じ方向を向く。入射光、反射光、透過光の電場を E_1, E_1', E_2 とする。振幅反射係数 r_s 、振幅透過係数 t_s は次のように与えられる（詳解B.1）。ただし、比透磁率を $\mu_r = \mu/\mu_0 = 1$ と置いた。

$$r_s = \frac{E_1'}{E_1} = \frac{n_1 \cos \theta_1 - n_2 \cos \theta_2}{n_1 \cos \theta_1 + n_2 \cos \theta_2} = -\frac{\sin(\theta_1 - \theta_2)}{\sin(\theta_1 + \theta_2)}$$

$$t_s = \frac{E_2}{E_1} = \frac{2n_1 \cos \theta_1}{n_1 \cos \theta_1 + n_2 \cos \theta_2} = \frac{2 \cos \theta_1 \sin \theta_2}{\sin(\theta_1 + \theta_2)} \quad (3)$$

ここで、 θ_1 は入射角、 θ_2 は屈折角である。最後の式変形では、スネルの法則を用いて屈折率を消去した。

*1 sはドイツ語で「垂直」を意味する senkrecht に、pは「平行」を意味する parallel に由来する。

次に、p偏光を考える。このときは電場は入射面内にある。入射光と屈折光の電場は、図2にある通り、曖昧さなく定義できる。ところが反射光については、図のような取り方と逆向きの取り方と2通りの可能性がある。図2の取り方では、垂直入射のとき、入射光と反射光の電場は逆方向を向き、入射角が 90° のときは同じ方向を向く。本稿では、この定義を採用する。このときのフレネル係数は式(4)のように与えられる（詳解B.2）。

$$r_p = \frac{E_1'}{E_1} = \frac{n_2 \cos \theta_1 - n_1 \cos \theta_2}{n_2 \cos \theta_1 + n_1 \cos \theta_2} = \frac{\tan(\theta_1 - \theta_2)}{\tan(\theta_1 + \theta_2)}$$

$$t_p = \frac{E_2}{E_1} = \frac{2n_1 \cos \theta_1}{n_2 \cos \theta_1 + n_1 \cos \theta_2} = \frac{2 \cos \theta_1 \sin \theta_2}{\sin(\theta_1 + \theta_2) \cos(\theta_1 - \theta_2)} \quad (4)$$

s偏光の場合と紛らわしいが、 n_1 と n_2 が入れ替わっている。ただし、 t_p の分子は n_1 のままである。

4. 反射率と透過率

入射光、反射光、屈折光の、境界面に垂直な方向（z方向）の強度を求めよう。入射光の強度は、 $I_1 = n_1 |E_1|^2 / 2$ で与えられる*2。ただし、比透磁率は1とし、簡単のため定数である真空のインピーダンス Z_0 を1と置いた。よって、入射光、反射光、屈折光の境界面に垂直な方向の強度は次のように書ける。

$$I_{1z} = \frac{1}{2} n_1 |E_1|^2 \cos \theta_1$$

$$I_{1z}' = -\frac{1}{2} n_1 |E_1'|^2 \cos \theta_1$$

$$I_{2z} = \frac{1}{2} n_2 |E_2|^2 \cos \theta_2 \quad (5)$$

ただし、反射光は逆向きに進むので負符号をつけた。これから、反射率および透過率は

$$R = -\frac{I_{1z}'}{I_{1z}} = \frac{|E_1'|^2}{|E_1|^2} = |r|^2$$

$$T = \frac{I_{2z}}{I_{1z}} = \frac{n_2 \cos \theta_2 |E_2|^2}{n_1 \cos \theta_1 |E_1|^2} = \frac{n_2 \cos \theta_2}{n_1 \cos \theta_1} |t|^2 \quad (6)$$

で与えられる。この公式はs偏光とp偏光に共通して成り立つ。屈折率が実数のときは吸収は起こらない。よつ

*2 「第1回 電磁波」式(1-22)。

て、エネルギー保存から $R+T=1$ が成り立つ。

反射率 R は、振幅反射係数 r の絶対値の2乗で与えられる。一方、透過率には屈折率と角度のコサインの比がかかり、単純に振幅透過係数 t の絶対値の2乗にはならないことに注意しよう。

5. 入射角依存性

フレネル係数および反射率、透過率の入射角依存性を考察しよう。

図3に、真空から屈折率 $n_2 = 1.5$ の媒質に入射したときのフレネル係数の値をプロットした。横軸は入射角 θ_1 である。図4はそのときの反射率である。

振幅反射係数に着目しよう。 r_s は入射角によらず常に負の値をとる。一方、p 偏光では、反射振幅係数は、入射角が増えるにつれて、正の値から0を通過して負の値になる。両偏光とも、 $\theta_1 = 90^\circ$ で振幅反射係数は -1 になる。

垂直入射 ($\theta_1 = 0$) の場合を考えよう。このとき、振幅反射係数は

$$r_s = -r_p = \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} \quad (7)$$

となる。垂直入射では、s 偏光と p 偏光に差はない。 r_s と r_p の符号が異なるのは、反射光の電場の向きが p 偏光では入射光の電場と逆向きに定義されているからである。 $n_1 = 1$, $n_2 = 1.5$ を代入すると、 $r_s = -0.2$ になる。よって、反射率は4%になる。

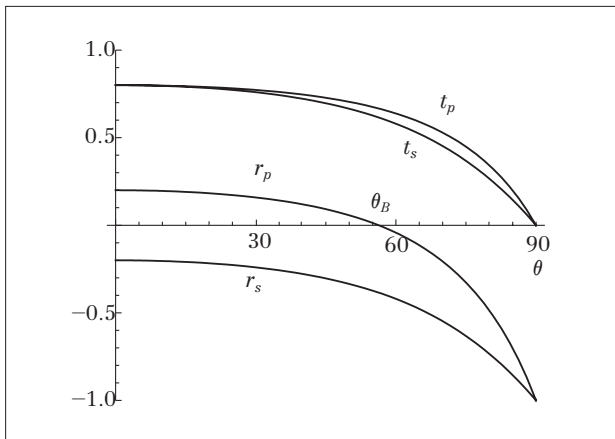


図3 真空から屈折率 1.5 の媒質に入射したときのフレネル係数

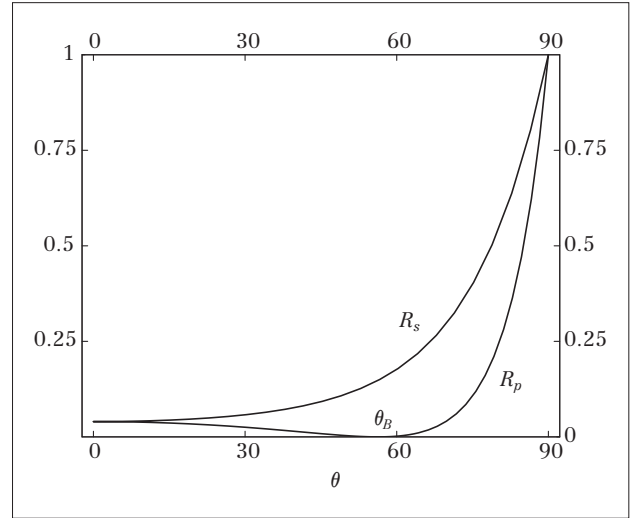


図4 真空から屈折率 1.5 の媒質に入射したときの s および p 偏光反射率

図4にある通り、s 偏光は入射角が増大すると、反射率 R_s は単調に増加する。ところが、p 偏光の反射率 R_p は入射角が増大すると、はじめは減少し、図の θ_B で0になり、その後は単調に増大する。p 偏光の反射率が0になる入射角 θ_B を**偏光角**、あるいは、**ブルースター角** (Brewster angle) という。ブルースター角では、反射光は完全に s 偏光の状態にある。 R_p 曲線は θ_B で水平線に接するから、 θ_B の周りの比較的広い入射角範囲で反射光はほぼ偏光している。すなわち、われわれの身の周りの光は部分的に偏光している。

振幅反射係数 r_p の式(4)を見ると、分母は $\tan(\theta_1 + \theta_2)$ である。 $\tan$ は $\pi/2$ で無限大になるから、ここで、振幅反射係数が0になる。すなわち、ブルースター角では

$$\theta_{1B} + \theta_{2B} = \frac{\pi}{2} \quad (8)$$

が成り立つ。反射角と入射角は大きさが等しいから、これは、反射光と屈折光が垂直になることを意味する(図5)。さらに、このとき $\sin \theta_{2B} = \cos \theta_{1B}$ および $\sin \theta_{1B} = \cos \theta_{2B}$ となり、スネルの法則から

$$\tan \theta_{1B} = \frac{n_2}{n_1}, \quad \tan \theta_{2B} = \frac{n_1}{n_2} \quad (9)$$

が得られる。

入射角がブルースター角を超えて増大すると、反射率も増大する、かすり入射 ($\theta_1 = 90^\circ$) では、反射率は1

コラム A

ブルースター角の物理的説明は正しいか？

ブルースター角では、屈折光と反射光の進行方向はちょうど直交する（図5）。この事実を用いて、反射光が消える理由を次のように説明するのを、何かの本で読んだ。

真空からガラスに光が入射したとする。屈折光がガラスの中に侵入する。これが、ガラスの中の分子に作用し、双極子モーメントを誘起する。この双極子モーメントが真空中に光を放射する。これが反射光の起源と考えるのである。双極子モーメントからの放射は、双極子モーメントの軸に垂直な方向が最大で、軸に平行な方向で0になる。p偏光の場合、ブルースター角では反射光は双極子モーメントの軸方向を向くから、放射が0になる。これが、反射光

が消える理由である。s偏光では、誘起された双極子モーメントは入射面に直交するから、反射光が消えることはない。

なかなか見事な説明だと思う。とくに、反射の消失がp偏光だけに起こることを自然に説明できている。ただし、すべてを鵜呑みにしてよいのか、疑問が残る。光線を逆行して、ガラスから真空へ入射する場合を考えよう。このとき、透過光は真空中にあるから、作用すべき分子が存在しない。この論法で行くと、反射光が存在しないことになる。もちろんこれは間違った結論である。どのように辻褄を合わせればよいのか、残念ながら筆者は知らない。

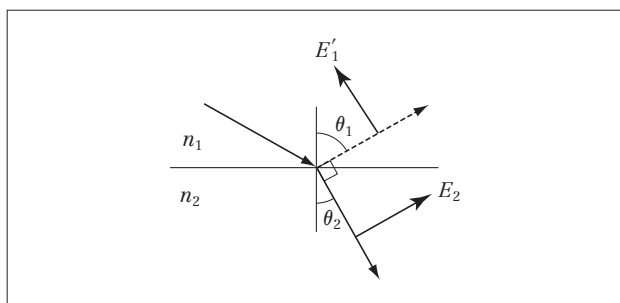


図5 ブルースター角

になる。

6. 全反射

これまでは、低屈折率媒質（空気）から高屈折率媒質（ガラス）への入射を考えてきた。逆に、光がガラスの中から外に出る場合（ $n_1 > n_2$ ）を考察しよう。スネルの法則は、媒質1と媒質2で対称であるから、光の進む向きを逆転してもそのまま成り立つ。低屈折率側の入射角が 90° のときの屈折角 θ_c は

$$n_1 \sin \theta_c = n_2 \quad (10)$$

で与えられる（ $n_1 > n_2$ ）。この入射角を**臨界角**（critical angle）という。ガラス側から臨界角で入射した光は空气中へは表面すれすれの角度で出てくる。ガラス側の角

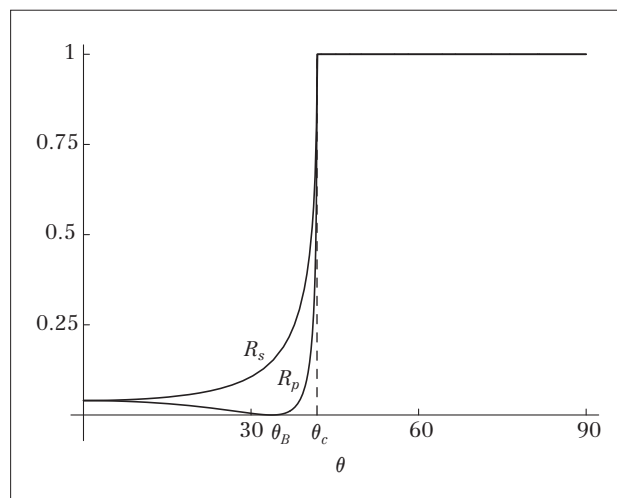


図6 屈折率1.5の媒質から真空に入射したときのsおよびp偏光反射率

度が臨界角を超えると、空気側にこれに対応する光はもはや存在しない。すなわち、光は外に出ることが許されず、完全に反射される。この現象を**全反射**（total internal reflection）という。

図6は、屈折率1.5の媒質から真空中へ光が出るときの、反射率をプロットした図である。図4との違いは、入射角が臨界角を超えた所で全反射が起こり反射率が1になることである。この場合もブルースター角は

存在し、その角度で p 偏光反射率が 0 になる。

全反射が起こる場合でも、フレネル係数の公式(3)や式(4)が形式的に成り立つ。しかし、通常の意味で屈折角 θ_2 は存在しない。実はこのとき θ_2 は複素数になる。全反射によって生じるエバネッセント波については、**詳解 D** を見よ。

Advanced Course

詳解 A スネルの法則

スネルの法則にはいろいろな証明法が知られている。ここでは、平面波の位相が境界面で連続になるという条件からスネルの法則を導こう。**図 7** は、屈折において位相すなわち波面が連続になることを図示したものである。図の t_1 , t_2 は入射平面波および屈折平面波の進行方向を表す。これに垂直な等間隔の直線群が波面である。波面の間隔は波長に等しい。媒質中の波長は屈折率に反比例するから、屈折の前後で、波長すなわち間隔が変化する。図 7 から、境界面上で波面が連続になるように屈折角が決まることが理解できるであろう。

以上のことを波動ベクトルを使って定量的に解析しよう。図 7 のように、境界面に垂直に z 軸をとり、入射面内に x 軸をとり、 z 軸の原点を境界面上にとる。入射光、屈折光の波動ベクトル $\mathbf{k}_1$, $\mathbf{k}_2$ は、それぞれ

$$\mathbf{k}_1 = \frac{\omega n_1}{c} \begin{pmatrix} \sin \theta_1 \\ 0 \\ \cos \theta_1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{k}_2 = \frac{\omega n_2}{c} \begin{pmatrix} \sin \theta_2 \\ 0 \\ \cos \theta_2 \end{pmatrix} \quad (11)$$

と書ける。ここで ω は光の角周波数、 c は真空中の光速である。

平面波の位相は $\phi = \omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r}$ である。境界面で位相が連続になるから、 $z=0$ で $\mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{r} = \mathbf{k}_2 \cdot \mathbf{r}$ でなくてはならない。成分で書けば、 $k_{1x} = k_{2x}$, $k_{1y} = k_{2y}$, すなわち、波動ベクトルの x および y 成分が等しくなることが導かれる。 x 成分からスネルの法則 (1) が導かれる。 y 成分が 0 になることは、波動ベクトルが屈折において振じれないことを意味する。

以上の事実をまとめると、屈折の法則は、波動ベクトルの境界面に平行な成分に関する保存則に帰着する。

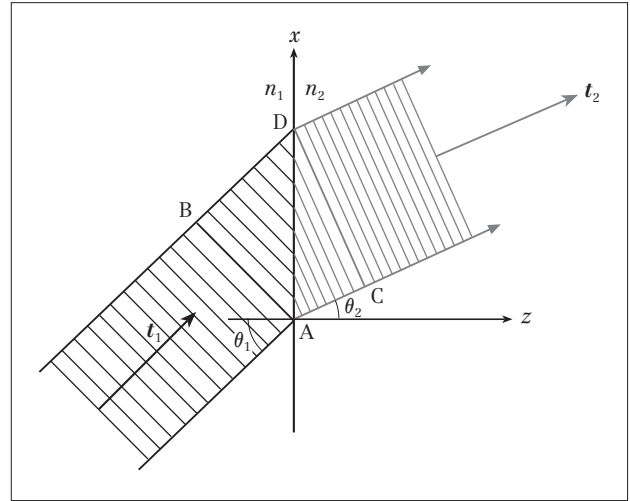


図 7 平面波の屈折

詳解 B フレネル係数

フレネル係数は、電磁場の満たす境界面における境界条件から導くことができる。境界面では、電場と磁場の境界面に平行な成分が連続となる^{*3}。入射空間には、入射光と反射光が存在するから、これらの電磁場の和の境界面に平行な成分が、屈折光の電磁場の境界面に平行な成分と等しくなる。よって、境界面前後における電磁場を求めれば良いことになる。前稿で述べた通り、磁場の大きさは、電場の大きさに屈折率をかけた値に比例する^{*4}。実際、

$$H = \frac{n}{Z_0} E \quad (12)$$

の関係がある。ここで、 Z_0 は真空のインピーダンスである。この結果を用い、あらかじめ、磁場を電場で表しておく。また、 Z_0 は共通の定数なので、式から落とす。

B.1 s 偏光

はじめに s 偏光を考えよう。s 偏光の電磁場を**図 8** のように決める。電場は境界面に平行である。磁場の境界面に平行な成分については、入射光と屈折光が図の x 軸の負の方向を向く。よって、境界における連続条件は

$$\begin{aligned} E_1 + E_1' &= E_2 \\ -n_1 E_1 \cos \theta_1 + n_1 E_1' \cos \theta_1 &= -n_2 E_2 \cos \theta_2 \end{aligned} \quad (13)$$

^{*3} 電束密度と磁束密度は、境界面に垂直な成分が連続になる。

^{*4} 「第 1 回 電磁波」A.4 光強度 参照。

索引

数字

1/4 波長板	57
2 次波 (素元波)	25
4 <i>f</i> 光学系	125

A

Abbe's number	117
Abbe's sine condition	104
aberration	101, 113
achromat	118
advanced potential	172
afocal system	94
Airy	20
Airy disk	35
Airy pattern	35
amplitude response function	126
analyzer	60
anglar deviation	75
angle Eikonal	89
angular frequency	2
angular spectrum	37
aplanatic point	102
astigmatic difference	115
astigmatism	115
autocorrelation	161
autocorrelation function	129

B

Babinet's pricipie	26
barrel	115
bending	80
biaxial crystal	148
blackbody radiation	141
Brewster angle	10

C

CaCO ₃	55
Calcite	55

cardinal points	92
Cartesian oval	102
caustics	114
cavity radiation	141
central limit theorem	160
characteristic function	160
chief ray	113
chromatic aberration	116
chromaticity diagram	141
circle of least confusion	115
circular dichroism	152
circular polarization	46
coherence function	16, 32, 154
coherency matrix	62
coherent	16
color gamut	141
color matching	140
color matching function	140
coma aberration	114
complementary apperture	26
complex degree of coherence	33, 155
cone	135
conjugate	78
conservation of radiance	138
constructive interference	16
contrast	16
convolution	38, 129
convolution theorem	129
cornea	134
Cornu's spiral	32
correlation function	129
cosine condition	104
critical angle	11
cross-spectral density function	156
crystal optics	144
crystalline lens	134
curvature	79
curvature of field	115

D

Debye integral	39
----------------	----

defocus	121
degree of coherence	22, 155
degree of polarization	63
depth of modulation	16
destructive interference	16
dielectric tensor	149
diffraction	25
diffraction limit	34
directional cosine	3
dispersion	3, 116
dispersive power	76
distortion	115
double diffraction system	125
Dupin	68

E

eigen polarization	59, 144
Eikonal	67
Eikonal equation	69
electromagnetic potential	164
electromagnetic wave	1
elliptic polarization	46
encircled energy	42
energy level	169
ensemble average	33, 154
entrance pupil	81, 113
etalon	19
Euler	71
evanescent wave	13
excited state	168
exit pupil	81, 113
extinction ratio	55
extraordinary ray	55, 147

F

$f \sin \theta$ レンズ	125
F 値	81
F number	81
Fabry-Perot	20
Faraday effect	54

索引

wave vector	3
wavefront aberration	42, 116, 118
wavefront normal	145
wavelength	2
wavenumber	2
waveplate	57
Weyl representation of spherical wave	38
Wien	142
Wiener-Khinchin theorem	156
Wigner distribution function	139

X

XYZ 表色系	140
---------	-----

Y

$y\bar{y}$ ダイアグラム	87
$y\bar{y}$ diagram	87
Young	15

Z

Zernike circle polynomial	122
---------------------------	-----

あ 行

アイコナール	67
アイコナール近似	72
アイコナール方程式	69
アイソプラナティック結像	127
アインシュタインの A 係数,	
B 係数	170
アッペ数	117
アッペの正弦条件	104
アフォーカル系	94
暗所視	135
アンチバンチング	24
移行行列	83
異常光線	55, 147
位相	2
位相遅れ	57
移相子	57
位相速度	146

一軸結晶	55, 147, 151
糸巻き型 (歪曲収差)	115
色合わせ	140
色消しレンズ	118
色収差	116
インコヒーレント	16
インコヒーレント結像	127
インパルス応答関数	130
ウィーナー・ヒンチンの定理	156
ウィーンの変位則	142
ウィグナー分布関数	139
ヴェルデ定数	55
薄肉単レンズ	131
エアリーディスク	35
エアリーの回折像	35
エアリーの式	20
エタロン	19
エネルギー準位	169
エバネッセント波	13
エンサークルドエネルギー	42
円二色性	152
円偏光	46
オイラー方程式	71
凹レンズ	78

か 行

開口数	81
回折	25
回折界のスペckル	159
回折限界	34
回転	6
ガウス関数	131
ガウスの括弧式	95
ガウスの結像式	92
ガウスの発散定理	28
角アイコナール	89
角周波数	2
角スペクトル	37
角膜	134
確率密度関数	160
可視光	1
可視度	16
火面	114
カラースペckル	163

干渉	15
干渉計	15
干渉縞	15
完全拡散面	138
完全結像	101
桿体	135
カンデラ	136
基底状態	168
輝度	136
輝度不変則	138, 143
逆位相	16
球欠面	114
球対称光学系	106
球面収差	114, 121
球面波のワイルの表現	38
強度干渉	23
強度相関	23
共役	78
局在 (干渉縞の)	18
曲率	79
キルヒホッフの積分定理	29
キルヒホッフの法則	142
近軸光学	82
近軸像点	113
空間シフト不変性	127
空間周波数	125
空洞放射	141
屈折行列	84
屈折率	3
屈折率 (固有偏光の)	150
屈折率楕円体	152
屈折率ベクトル	65, 145, 151
屈折率面	145, 151
屈折力	79
クラマース・クローニッヒの関係	130
グラントンプソンプリズム	57
グリーン関数	29
グリーンの定理	29
傾斜因子	26
結晶光学	144
結像	78
結像光学系	78
結像式	81, 85, 95
検光子	60
光学活性	54, 152

著者略歴

黒田 和男 (くろだ かずお) , Kazuo Kuroda

東京大学 生産技術研究所 名誉教授

宇都宮大学 オプティクス教育研究センター 名誉フェロー

1971年 東京大学工学部卒業

1976年 同工学系研究科博士課程修了, 工学博士

同年 東京大学生産技術研究所助手

1983年 同助教授

1993年 同教授

2012年 定年退職, 名誉教授

同年 宇都宮大学オプティクス教育研究センター特任教授

2021年 同大学名誉フェロー, 現在に至る。

著書

『非線形光学』(コロナ社, 2008)

『物理光学』(朝倉書店, 2011) など。

速習! 基礎から学ぶ

光学ゼミナール

2021年6月9日初版発行

著 者 黒 田 和 男

発行者 喜 多 野乃子

発行所 アドコム・メディア株式会社

〒169-0073 東京都新宿区百人町2-21-27

電話 (03)3367-0571(代)

Advanced Communication Media Co. Ltd., Tokyo, Japan, 2021

ISBN 978-4-910636-08-5 C3042 ¥4000E

© Yoshinori Hongu 2021

印刷/製本 樹ブックフロント

Printed in Japan

- ・本書に掲載する著作物の複製権・翻訳権・上映権・譲渡権・公衆送信権 (送信可能化権を含む) はアドコム・メディア(株)が保有します。

- ・**JCOPY** <出版者著作権管理機構 委託出版物>

本書の無断複製は著作権法上での例外を除き禁じられています。複製される場合は、そのつど事前に、出版者著作権管理機構 (電話 03-5244-5088, FAX 03-5244-5089, E-mail info@jcopy.or.jp) の許諾を得てください。