波動光学の風景

薄膜編

本宮佳典 著

試し読み

Advanced Communication Media
アドコム・メディア株式会社

はじめに

この電子書籍は，月刊 O plus E 誌の連載チュートリアル記事「波動光学の風景」の，2007 年 11 月号から 2008 年 7 月号までに掲載された分をまとめたものである。異なる媒質が接する平坦な境界面での部分反射，平行な 2 つの境界面で構成される薄膜の光学特性などを概観する。

光学薄膜では，透明な膜に限定された議論も多い。光の吸収があると光利用効率は低下し，高強度の光が当たれば発熱や劣化の問題も懸念される。したがって，吸収のない材料だけを想定すればよい技術分野も多い。しかし，もう少し視野を広げると，光吸収性の材料でできた基板や薄膜の光学的な性質も，色々な形で利用されている。光記録膜や，太陽電池の薄膜などをはじめとする種々の光機能性薄膜はその好例であろう。また，半導体デバイスをはじめとして材料やデバイスの分野では，薄膜の分析，計測，検査，品質管理などに光学技術が広く用いられている。本編では，こうした分野も含めて幅広い分野に視線を向けられるように，光吸収性媒質も想定して，基本的な現象を理解することを目指す。

光吸収性の媒質に対応するためには，あらかじめ透明媒質について数式を導き，解析接続と唱えて屈折率を複素数に拡張しても問題なさそうである。しかし筆者は，そのようにして導いた関係式が，何となく心腹に落ち難く感じられることがある。屈折率の実部と虚部が場の振幅に対して果たす役割を，的確に把握しきれていない気持ちが残ってしまう。複素数の理解が十分ではないのかもしれない。そこで，複素数に堪能な読者にはもどかしいかもしれないが，吸収のある場合も想定した形の数式を出発点として説明するようにした。単に正しい公式を効率よく導けばよいというものでもない。実部と虚部が光学現象を表すために果たす役割を意識しやすい方が，地に足をつけて見る眺めを感じられるのではないかと思う。

境界面も単層膜も，単純な構造の系ではあるが，それでも多彩で興味深い現象が見られる。臨界角やブルースター角，全反射，反射の抑制，エバネッセント波を介したエアギャップ前後の光の結合などが代表格であろう。また，表面プラズモン共鳴も，単純な場合には単層膜のモデルで扱うことができて，近接場光の初歩的な理解にもつながる。本書では主にこれらの現象を波動光学のモデルで説明する。これらの現象は，光応用機器の中でしばしば登場する現象であり，その意味でも重要であるが，境界面の両側の電磁場を接続する要領や，系の対称性に関する考察から関数形を限定する要領などは，より複雑な現象を扱う際の基礎として，また雛形としても重要である。

参考までに，拙作のプログラム例を幾つか紹介した。意図を察して適当に処理する知恵に乏しいパソコンを相手に，計算の仕方を正しく教えることができれば，一定の理解には達したことになる。もし環境が整えば挑戦していただくとよいと思う。なお，紹介したプログラム例は実用が目的ではなく，あくまでも本書の内容の具体的な理解が目的である。動作や計算結果に対して責任を負うものではないので，その旨をご理解の上，参考程度に見ていただければ幸いである。

2013 年 5 月　本宮 佳典

目　次

波動光学の風景……28

30. 境界面での部分反射

光が媒質境界面に達すると，一部は反射し，一部は屈折して透過する。光のこのような挙動は，プリズムやレンズの基本的な機能や性能を規定する重要なもので，部分反射と呼ばれる。**図 30−1** のように，異なる媒質または真空の領域が平面を境界として接している系を考える。媒質 1 と 2 の領域はそれぞれ一様等方で，屈折率をそれぞれ n_1, n_2 とする。真空であれば屈折率は 1 とする。ここに，媒質 1 側から単一角周波数 ω の光波が入射したときの反射率と透過率を求めてみよう。ただし，定式化の初めから媒質の透明性を仮定したり，角度 θ_1, θ_2 を用いて伝搬方向を規定することはなるべく差し控え，波数ベクトルの成分を使う。そうすることで一般性が高まり，吸収性媒質への適用，多層構造への展開，エバネッセント光への拡張など，より広い範囲の現象にそのまま適用しやすくなる。

境界面に垂直に z 軸をとる。また，境界面内には，入射面（入射光の進行方向と境界面の法線方向とが張る面）内に x 軸，入射面に垂直に y 軸をとる。時間発展が因子 $\exp(-i\omega t)$ で記述されるとする。マクスウェル方程式により，媒質 1 内の電磁場の空間座標依存部分 $\boldsymbol{E}$, $\boldsymbol{H}$ は

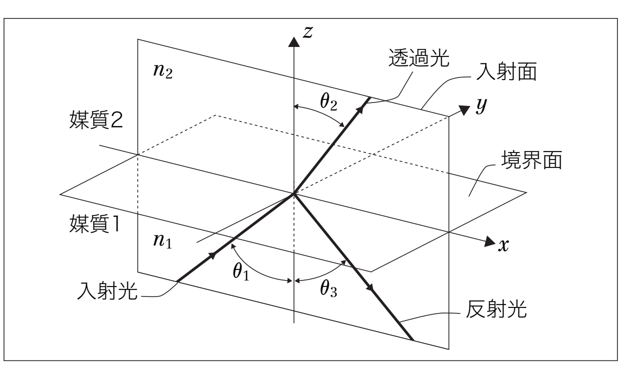

図 30−1　媒質 1 と 2 の境界における光の反射と透過

$$\mathrm{rot}\boldsymbol{H} = -i\omega\varepsilon_1 \boldsymbol{E} \qquad (30\text{–}1)$$

$$\mathrm{rot}\boldsymbol{E} = i\omega\mu_0 \boldsymbol{H} \qquad (30\text{–}2)$$

$$\mathrm{div}\boldsymbol{E} = 0 \qquad (30\text{–}3)$$

$$\mathrm{div}\boldsymbol{H} = 0 \qquad (30\text{–}4)$$

を満たす。ただし，複素屈折率と誘電率とは $\varepsilon_1/\varepsilon_0 = n_1{}^2$ の関係にある［第 16 章，式(16–20）参照]。

入射光として，

$$\boldsymbol{E}_\mathrm{i} = \boldsymbol{E}_{\mathrm{i}0} \exp(i\boldsymbol{k}_\mathrm{i}\cdot\boldsymbol{r}) \qquad (30\text{–}5)$$

$$\boldsymbol{H}_\mathrm{i} = \boldsymbol{H}_{\mathrm{i}0} \exp(i\boldsymbol{k}_\mathrm{i}\cdot\boldsymbol{r}) \qquad (30\text{–}6)$$

の形の解を考える。ただし，$\boldsymbol{r}$ は（x, y, z）座標を成分とする位置ベクトル，$\boldsymbol{E}_{\mathrm{i}0}$, $\boldsymbol{H}_{\mathrm{i}0}$ は振幅を表す定数ベクトル，$\boldsymbol{k}_\mathrm{i}$ は波数ベクトルとする。ここで，$\boldsymbol{E}_{\mathrm{i}0}$, $\boldsymbol{H}_{\mathrm{i}0}$, $\boldsymbol{k}_\mathrm{i}$ の成分は必ずしも実数とは限らないという前提で解を考えるものとする。

式(30–5)，(30–6）の形の解が式（30–1）〜(30–4）を満たすための条件は，式(30–5)，(30–6）を式(30–1）〜(30–4）に代入すれば求められ，

$$\boldsymbol{k}_\mathrm{i}\times\boldsymbol{H}_{\mathrm{i}0} = -\omega\varepsilon_1 \boldsymbol{E}_{\mathrm{i}0} \qquad (30\text{–}7)$$

$$\boldsymbol{k}_\mathrm{i}\times\boldsymbol{E}_{\mathrm{i}0} = \omega\mu_0 \boldsymbol{H}_{\mathrm{i}0} \qquad (30\text{–}8)$$

（余談）

行列表示を使うと 4 端子系の関係式が見やすくなるので紹介する。端子 A_1 からの入力波の振幅を a_1，端子 A_2 からの入力波の振幅を a_2，端子 B_1 からの出力波の振幅を b_1，端子 B_2 からの出力波の振幅を b_2 とすると，これらの関係は線形であることから，

$$\begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} \quad or \quad \boldsymbol{b} = U\boldsymbol{a} \qquad (32\text{–}35)$$

と書ける。振幅反射率と振幅透過率は，A_1 からの入力に対して t , r で，A_2 からの入力に対して t' , r' であるから，

$$U = \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r & t' \\ t & r' \end{pmatrix} \qquad (32\text{–}36)$$

となる。式(32–35)の両辺の複素共役をとると，

$$\begin{pmatrix} b_1^* \\ b_2^* \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_{11}^* & u_{12}^* \\ u_{21}^* & u_{22}^* \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_1^* \\ a_2^* \end{pmatrix} \quad or \quad \boldsymbol{b}^* = U^*\boldsymbol{a}^* \qquad (32\text{–}37)$$

となる。

一方，時間反転した波の振幅は複素共役になることを本文で示した。これに左右対称性を考慮すると，もし端子 A_1，A_2 から $\boldsymbol{b}^*$ を入力した場合には，端子 B_1，B_2 から $\boldsymbol{a}^*$ が出力として得られると考えてよい。したがって，

$$\begin{pmatrix} a_1^* \\ a_2^* \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b_1^* \\ b_2^* \end{pmatrix} \quad or \quad \boldsymbol{a}^* = U\boldsymbol{b}^* \qquad (32\text{–}38)$$

が成り立つ。式(32–38)に式(32–37)を代入すると，

$$\begin{pmatrix} a_1^* \\ a_2^* \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{11}^* & u_{12}^* \\ u_{21}^* & u_{22}^* \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_1^* \\ a_2^* \end{pmatrix} \quad or \quad \boldsymbol{a}^* = UU^*\boldsymbol{a}^* \qquad (32\text{–}39)$$

が得られる。これが任意の $\boldsymbol{a}^*$ に対して成立するための条件として，

$$\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{11}^* & u_{12}^* \\ u_{21}^* & u_{22}^* \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad or \quad UU^* = I \qquad (32\text{–}40)$$

が得られる（I は単位行列を表す）。式(32–36)を使うと，

$$\begin{pmatrix} r & t' \\ t & r' \end{pmatrix} \begin{pmatrix} r^* & t'^* \\ t^* & r'^* \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad (32\text{–}41)$$

となり，行列の積を実行すると，

$$rr^* + t't^* = 1 \qquad (32\text{–}42)$$
$$r'r'^* + tt'^* = 1 \qquad (32\text{–}43)$$
$$tr^* + r't^* = 0 \qquad (32\text{–}44)$$
$$t'r'^* + rt'^* = 0 \qquad (32\text{–}45)$$

となる。式(32–42), (32–44)は，式(32–27), (32–28)と同じである。また，他の 2 式はプライムの有無を入れ換えた式，すなわち，A_1 と A_2 を入れ換えると同時に B_1 と B_2 を入れ換えた式である。

第 4 章では**図 32‒10** のような対称分岐で，入力が一方だけのとき 2 つの出力の位相差が $\boldsymbol{\pi}/2$ となることを紹介した。これはストークスの関係とは異なるが，行列の形で扱うと状況を対比しやすいので，以下に説明する。

入出力の関係が式(32–35)で与えられるとすると，上下対称性により

$$\begin{cases} u_{22} = u_{11} \\ u_{12} = u_{21} \end{cases} \qquad (32\text{–}46)$$

となる。これに加えて「ある定数 g があり，任意の $\boldsymbol{a}$ に対して $|\boldsymbol{b}|^2 = g\,|\boldsymbol{a}|^2$ が成立する」という条件を要請する。この条件を U を使って書くと，

$$|\boldsymbol{b}|^2 - g|\boldsymbol{a}|^2 = {}^t\boldsymbol{b}^*\boldsymbol{b} - g\,{}^t\boldsymbol{a}^*\boldsymbol{a} = {}^t\boldsymbol{a}^{*t}U^*U\boldsymbol{a} - g\,{}^t\boldsymbol{a}^*\boldsymbol{a}$$
$$= {}^t\boldsymbol{a}^*({}^tU^*U - gI)\boldsymbol{a} = 0 \qquad (32\text{–}47)$$

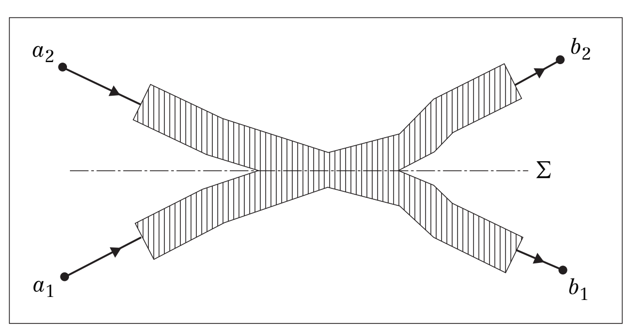

図 32 − 10　対称分岐

波動光学の風景……31

33. 単層膜

境界面が１面あるだけでも，部分反射や全反射，減衰場，臨界角，ブルースター角など興味深い現象があった。単層膜は平行な境界面が２面ある系だが，光学現象はさらに多様性を増す。波としての干渉効果が顕著に現れ，反射防止や増反射，波長フィルターなど，応用の観点からも重要である。より高い機能や性能を実現するために膜を多層化することも多いが，用途によっては単層で実用に供されることもある。いずれにしろ，単層膜の理解が基本となるもので，重要である。また，SPR(surface plasmon resonance)やSIL(solid immersion lens)などにかかわる光の振舞いも，基本的な現象は単層膜と同様に扱うことができる。

図33–1のように，３つの領域１〜３が間隔 d の平行な境界面で隔てられ，各領域の媒質の屈折率が n_1，n_2，n_3 であるとする。境界面に垂直に z 軸をとり，入射面が xz 面となるように x 軸をとる。時間発展が因子 exp$(-i\omega t)$ で記述される平面波が入射した場合を考える。

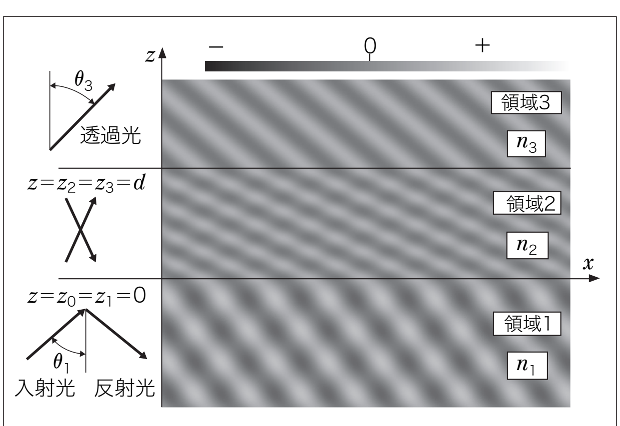

図33－1　単層薄膜のモデルと反射屈折波のイメージ

まず，電場が y 成分のみを持つモード（s偏光）について反射と透過を考える。第30章で扱った光の場と同様に，領域 $m(m=1,\ 2,\ 3)$ における平面波の場には，進行方向の z 成分が正のモードとして

$$\begin{cases} \boldsymbol{E}_{m\mathrm{A}}=a_m\begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix}\exp\{i[k_{mx}x+k_{mz}(z-z_{m-1})]\} \\ \boldsymbol{H}_{m\mathrm{A}}=\dfrac{a_m}{\omega\mu_0}\begin{pmatrix}-k_{mz}\\0\\k_{mx}\end{pmatrix}\exp\{i[k_{mx}x+k_{mz}(z-z_{m-1})]\} \end{cases} \tag{33–1}$$

があり，進行方向の z 成分が負のモードとして

$$\begin{cases} \boldsymbol{E}_{m\mathrm{B}}=b_m\begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix}\exp\{i[k_{mx}x+k_{mz}(z_m-z)]\} \\ \boldsymbol{H}_{m\mathrm{B}}=\dfrac{b_m}{\omega\mu_0}\begin{pmatrix}k_{mz}\\0\\k_{mx}\end{pmatrix}\exp\{i[k_{mx}x+k_{mz}(z_m-z)]\} \end{cases} \tag{33–2}$$

がある $(m=1,\ 2,\ 3)$ 。ただし，a_m，b_m $(m=1,\ 2,\ 3)$ は複素振幅を表す任意定数とする。また，z_m は境界面の z 座標で，図33–1のように定義する（最初の境界の座標を z_1,次の境界の座標を z_2 とするが、便宜上 $z_0=z_1$，$z_3=z_2$ という値も用いる）。式(33–1)，(33–2)は，それぞれ波動方程式

$$\Delta\boldsymbol{E}+\omega^2\mu_0\varepsilon_m\boldsymbol{E}=0 \quad (m=1,2,3) \tag{33–3}$$

波動光学の風景……34

36. 表面プラズモン共鳴

表面プラズモン共鳴（SPR: surface plasmon resonance）は生体分子などの高感度のセンサーとして実用化もされている。表面プラズモンというと難しそうな語感もあるが，基本的な話に限ればそれほど敷居の高いものではない（金属中の自由電子の集団運動が生ずるので，プラズマと呼ばれる。さらにプラズモンという量子化の含意のある用語が使われてはいるが，余談を参照していただきたい）。第33章で紹介した単層膜の応用として，このSPRの原理を簡単に紹介する。金属の特性が誘電率で与えられれば，すでに見てきた単層膜の扱いで，鋭い共鳴現象を理解できる。

図36–1に，SPRセンサーの代表的な構成であるクレッチマン配置（Kretchmann configuration）の場合の膜構成を模式的に示す。金属膜の裏から光の反射率をモニターして誘電体層のわずかな物性変化を検知する。

この膜に第33章で説明した単層膜の計算を適用し，p偏光に対する反射率をθの関数として求めてみる。誘電体層は空気として，使用したパラメーターを**表1**に示す。

図36–2に計算結果を示す。入射角43°近辺に鋭い共鳴がある。この共鳴角度は，例えばn_3側の金属表面近傍の気体成分の変化や分子の付着などがあるとシフトする。共鳴が鋭いため，例えば入射角を固定して反射光強度の変化をモニターするなどの方法でn_3の変化

表1　計算に用いたパラメーター

パラメーター	値
波長（λ_0）	632.8nm
ガラスの屈折率（n_1）	1.51467
金属の屈折率<銀>(n_2)	$\sqrt{-15.87+1.08i}$　（文献1） （$=0.1355+3.986i$）
空気の屈折率（n_3）	1.0
膜厚（d）	40nm　（文献1）

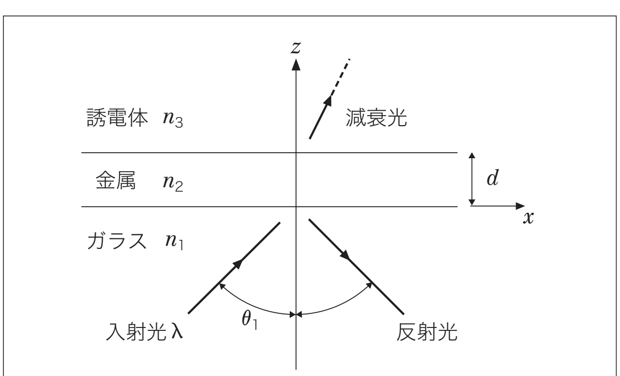

図36–1　表面プラズモンセンサーの構成（クレッチマン配置）

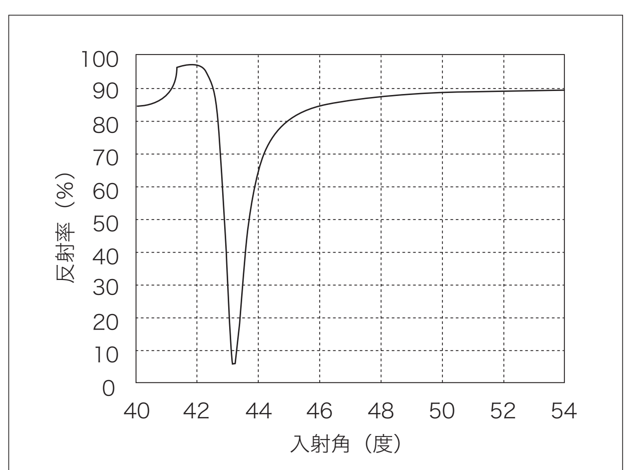

図36–2　反射率の入射角依存性。鋭いプラズモン共鳴がある

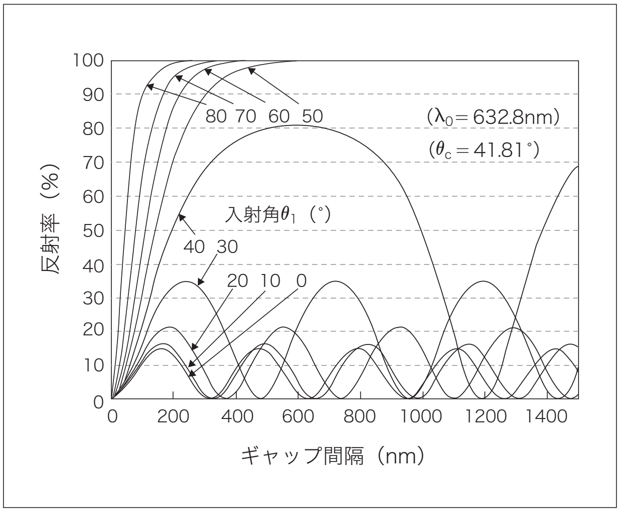

図 37–2　反射率のギャップ間隔 d に対する依存性（ｓ偏光の場合）

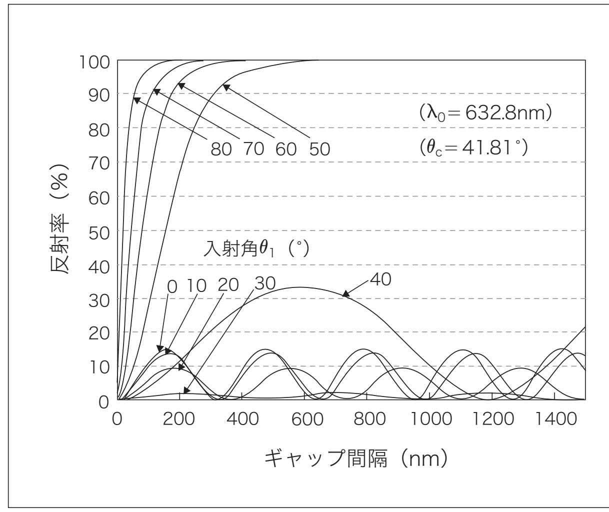

図 37–3　反射率のギャップ間隔 d に対する依存性（p 偏光の場合）

$$
\begin{aligned}
r&=\frac{(u_1+u_2)(u_1-u_2)[1-\exp(2ik_{2z}d)]}{(u_1+u_2)^2-(u_1-u_2)^2\exp(2ik_{2z}d)}\\
&=\frac{u_1-u_2}{u_1+u_2}\frac{1-\exp(2ik_{2z}d)}{1-\left(\dfrac{u_1-u_2}{u_1+u_2}\right)^2\exp(2ik_{2z}d)}\\
&=r_{12}\frac{1-\exp(2ik_{2z}d)}{1-r_{12}^2\exp(2ik_{2z}d)} \qquad (37\text{–}6)
\end{aligned}
$$

となる。ここで,

$$r_{12}=\frac{u_1-u_2}{u_1+u_2} \qquad (37\text{–}7)$$

は，領域 1 から 2 へ向かう際の振幅反射率である。

反射率のギャップ間隔依存性の一例として，媒質の屈折率 n_1 を 1.5，ギャップ部の屈折率 n_2 を 1.0，入射する光の波長を 632.8nm として計算した例を示す。**図 37–2** はｓ偏光の場合の反射率のギャップ依存性である。ギャップ間隔が小さく，波長の約半分程度までの領域では入射角が大きいほど反射率も大きい。また**図 37–3** に p 偏光の場合の反射率を示す。この場合はブルースター角（今の場合 33.7°）に近い入射角で反射率が低下するが，臨界角を超えると急激に反射率が増大する。

図 37–4 にギャップの反射率を計算するプログラムを示した。式(37–7), (37–6)を用いた

```
      implicit double precision(a-h,o-z)              } 型，配列の宣言
      complex*16   k2z,n1,n2,u1,u2,r12,e,r
      dimension    y(9)

      pi=  3.141592653589793238                        } 円周率，波長（wl），
      wl=632.8                                           屈折率（n）の値の
      n1=  1.5                                           設定
      n2=  1.

      do 130 isp=1,2                                   } ループの開始
      do 120 i=1,301                                     130　s偏光，p偏光
        d=5.*(i-1.)                                      120　ギャップ間隔
        do 110 j=1,9                                     110　入射角
          theta=10.*(j-1.)
          s =sin(theta*pi/180.)
          k2z=(2*pi/wl)*sqrt(n2**2-n1**2*s**2)
          e=exp(-2.*(0.,1.)*k2z*d)
          if(isp.eq.1)then
            u1=sqrt(n1**2-n1**2*s**2)                  } s 偏光の場合
            u2=sqrt(n2**2-n1**2*s**2)
          else
            u1=sqrt(n1**2-n1**2*s**2)/n1**2            } p偏光の場合
            u2=sqrt(n2**2-n1**2*s**2)/n2**2
          endif
          r12=(u1-u2)/(u1+u2)
          r=r12*(1-e)/(1-r12**2*e)
          y(j)=abs(r**2)
  110   continue
        write(*,6000)d,(y(j)*100.,j=1,9)               } 出力と
 6000   format(f10.3,9(1x,f10.6))                        ループの終了
  120 continue
  130 continue

      stop
      end
```

図 37–4　ギャップの反射率（図 37–2, 3）の計算に用いたプログラム（FORTRAN77）

索　引

■ 事項

索　引

人名

著者略歴

本宮佳典（ほんぐう・よしのり）, Yoshinori Hongu

1956年 神奈川県藤沢市生まれ
1975年 神奈川県立湘南高等学校卒業
1979年 東京大学理学部物理学科卒業
1984年 東京大学大学院理学系研究科物理学専攻博士課程修了 理学博士
　　　同年，株式会社東芝入社 光応用機器の研究開発に従事
2012年 東芝リサーチ・コンサルティング株式会社 シニアフェロー
2018年 株式会社東芝 研究開発センター（2021.10退職）
　　　法政大学理工学部（兼任講師）（2018.4〜）

第20回（2019年度）応用物理学会業績賞（教育業績）受賞

「波動光学の風景」の情報は以下のURLで公開しています。https://www.adcom-media.co.jp/opluse/wave/

波動光学の風景　薄膜編

2013年5月27日初版発行
2023年2月1日第2版発行

著　者　　本　宮　　佳　典
発行者　　喜　多　　野乃子
発行所　　アドコム・メディア株式会社
〒169-0073　東京都新宿区百人町2-21-27
電話　(03)3367-0571(代)

Advanced Communication Media Co. Ltd., Tokyo, Japan, 2013
ISBN978-4-910636-12-2　C3042　¥3300E

印刷/製本　㈱ブックフロント
Printed in Japan