

波動光学の風景

導入編

本宮佳典 著

試し読み



Advanced Communication Media
アドコム・メディア株式会社

この電子書籍は、月刊 O plus E 誌に 2005 年 8 月号から連載された記事をまとめたものである。波動光学の初歩から、基本となる考え方を少しずつ解説した記事である。これまでの記事をまとめて読みたいとの読者からの声を頂くことができ、出版の運びとなった。

光学は古い歴史を持つ一方で、今も活気ある分野である。近年の特徴として、要素部品の多様化、関連技術分野との融合、高性能な計算機の普及、要求仕様の多様化などを挙げることができる。こうした背景の中、さまざまな光学技術が多くの分野に浸透し、光学を基礎から学びたいという声が広く聞かれるようになっていく。

光学分野にも良書は多いが、基礎となる数学や物理学に不慣れだと読み進め難いものも多いように思われる。初学者には、そうした基礎科目を勉強し直すという考え方もあると思う。しかし本書では、光学の中で応用される基礎科目を復習しながら、効率的に光学を学べる読み物を目指した。読者としては、マクスウェル方程式は習ったが理解は心もとないという位の理工系学生や若手技術者を想定した。そのため、基礎科目に属する事柄でも、初学者に有用と思われる話題は含めるようにした。また、近年の技術動向を背景に重要性の増した話題を、積極的に採り入れた。したがって、光学に関心のある方には、幅広く読んでいただけたと思う。目標は、定評ある光学の教科書を読み進めるための基礎として必要な知識や考え方を身につけていただくことである。目まぐるしい技術発展の時代に対応するためには、基礎の理解が肝要であり、早道でもあると信ずる。

各章はなるべく独立なものとし、過去の記事や参考文献をなるべく参照せずに読めるよう努めた。これは

連載記事としての特徴であるが、拾い読みし易いという利点になったと思う。全体に数式が多いと思うが、法則や公式の唐突な導入や、式変形の飛躍を極力避けたためである。数式に慣れていない人が躓かないためなので、本書の性格としてご理解いただきたい。数式は必要に応じて追えばよく、前提から結論に至る流れを味わっていただけるとよいと思う。連載記事のように、どこからでも気楽に少しずつ読んで、楽しんでいただければ幸いである。

光学は、基礎科学から産業応用に至る幅広い分野とつながりが深い。相対性理論や量子力学などが、光に関わる研究に端を発した一方で、豊かな社会の実現や深刻な社会問題の解決に向けて光学技術に期待される役割も大きい。こうした広がりや奥行きのごであらうが、学ぶにつれて視野が広がり、いろいろな光景が見える。単に役に立つというだけでなく、事物の理解に伴う特有の充実感や楽しさが味わえてこそ、学ぶ意欲も湧くものだと思う。筆者の浅学と非力のため、必ずしもその意を尽くすには及ばなかったが、読者諸賢に拙意を汲んでいただければ幸いである。

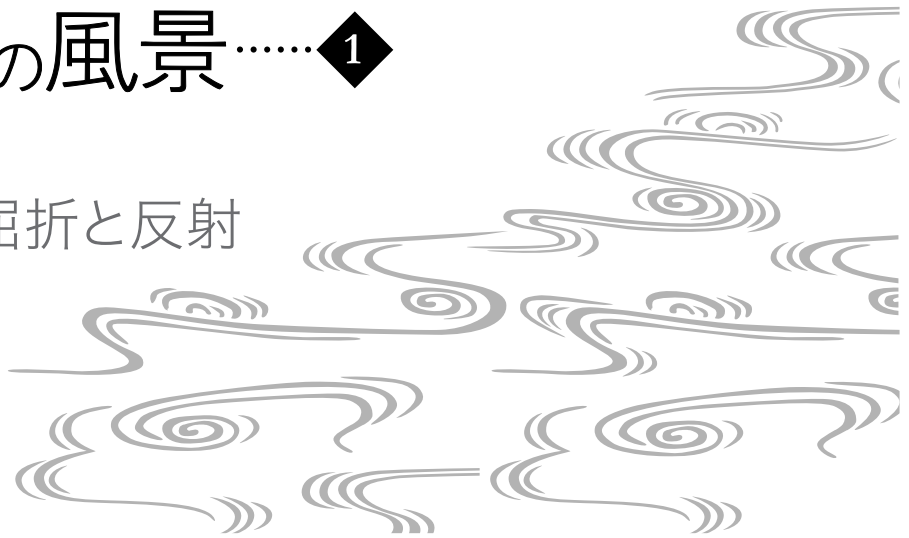
本書籍の出版にあたっては名前を挙げきれないほど多くの方から助言や励ましを頂き、お世話になった。心より感謝申し上げる次第である。特に、東京工芸大学の渋谷真人教授には、波動光学の風景という表題を頂戴し、内容にも表現にも示唆に富む数多くのご助言を頂いた。厚くお礼申し上げます。また、連載記事の執筆と電子書籍出版の機会を与えていただいた O plus E 編集部の方々に深く感謝申し上げます。最後に、原稿執筆のため休日にパソコンに向かうことを許してくれた家族の支えと応援に心からの感謝を書き添えさせていただきます。

第 1 回	1. 光とは
	2. 光の伝搬と屈折と反射
第 2 回	3. 干渉縞
第 3 回	4. 対称分岐
	5. 波動の表現
第 4 回	6. 横波の反射
第 5 回	7. 波動方程式
第 6 回	8. 正弦波解
第 7 回	9. 電磁場とベクトル解析(1)
第 8 回	10. 電磁場とベクトル解析(2)
第 9 回	11. マクスウェル方程式

波動光学の風景……◆1

1. 光とは

2. 光の伝搬と屈折と反射



本誌編集部から、波動光学の入門講座執筆の打診をいただいた。光学を学んだことのない読者にも理解しやすいチュートリアルを連載したい、というのが企画の趣旨とのことである。仕事の都合で光学をにわか勉強した技術者が書くということで、入門者の視点に立った説明ができればよいと思う。身近な素人に、少しずつゆっくりと説明するようなつもりで書けばよいというお話だったが、その言葉を真に受けて、身近な素人を読者として想定して書いてみることにする。

1. 光とは

光を表す言葉に「光線」，「光波」，それに「光子」がある。図 1-1 にそれぞれの概念のイメージを象徴的に示す。これらの描像による光の挙動の記述から始まるのが、それぞれ幾何光学，波動光学，量子光学である。

それでは、光の正しい描像はどれなのか。物理学では、自然界に 4 つの基本的な力（強い力，弱い力，電磁力，重力）があるという。光はそのなかの，電磁力の場である。電磁力と弱い力は，すでに理論的に統一された。さらに強い力や重力も含めて，大統一理論，超大統一理論を構築しようとしているのが，物理学の現

状だそうである。そうだとすると，少なくともそうした理論ができるまでは，光を本質的に理解したことにはならないだろうし，そうした理論ができたとしても，さらに深い謎が残るかもしれない。つまり，光の本質を正しく理解するのは，そもそも容易ならざることには違いないのである。

一方，実用的な立場から言えば，必要とされる精度で光の挙動を扱える理論はすべて正しいといえる。その意味で，光線，光波，光子の 3 つのイメージは，それぞれの適当な条件のもとでは正しい。ただし，これら是对等な関係ではない。光子が多数係わる集団的な挙動が際立った極限として光波の描像が位置づけられるし，光波の波長が短くなった極限として幾何光学を理解することができる。すなわち，もっとも一般性が高いのは光子としての描像で，光波や光線としての振舞いは一定の条件下での近似という位置づけになる。「光とは何か」を本質的に理解しようとするなら，光子だと思うのがよい。さらに深い本質を見極めようとするとき，自然界の力の統一理論の問題に帰着するであろう。これに対して，「光はどう挙動するか」を理解するには，光線や光波のイメージも重要になってくる。

例えば，虫眼鏡で物が大きく見える仕組みを説明するのに光子を持ち出すのは酔狂であって，必ずしも優れた説明だとは考え難い。虫眼鏡や顕微鏡で物が大きく見える原理を理解したとを感じるのは，幾何光学で説明されたときではないだろうか。つまり，光とはいかに振舞うものかを問うならば，少なくとも日常経験する現象の範囲では，光線や光波としての描像の方が，

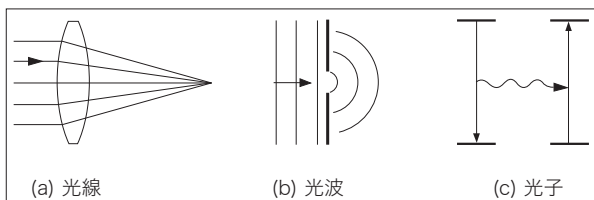


図 1-1 光のモデル

を示す。

この双曲線上の点では2つの波が強め合う。また、式(3-3)の m に半奇数を代入した場合の双曲線上の点では、2つの波が打ち消し合う。

ここで、片方のピンホールの前などにガラス板を置くと、ガラス中を進行するときに光の速度が遅くなるので、一方の波の到達時刻が遅れる。その結果、波が強め合う位置と弱めあう位置がずれて、干渉縞は移動する。例えば、屈折率 n の媒体中を距離 L だけ進むとする。この媒体中では、波長が $1/n$ になるので、真空中に換算すると nL なる距離を進むのに相当する。すなわち、干渉で強め合うか弱めあうかを問題にする際に考慮すべき距離は、このようにして屈折率で重みをつけた距離の和であることがわかる。このような値を光路長と呼ぶ。光の経路中に透明媒質が含まれる場合に干渉を扱う場合は、光路長が重要な概念となる。2つの光路の光路長の差を光路差と呼ぶ。干渉する2つの光の伝搬経路の光路差が、波長の整数倍であれば強め合い、半奇数倍であれば打ち消し合う。

式(3-3)は、干渉縞の位置を正しく示す式であるが、この式もマクスウェル方程式を使わずに導くことができた。それでは何を使ったのかが大切なところである。今回使ったのは、(1) 空間的に周期が λ の波が存在する (2) 2つの経路で波が到達する点での波の変動量は、各々の経路からの寄与の和になるという2つのことであった。つまり波動解の存在と、重ね合わせの理を認めれば、幾何学的な光路差の計算で干渉縞の位置を正しく計算でき、これは波動光学の範疇の計算である。波動解の存在や線形性の根拠を、まずはマクスウェル方程式に置いていって考えてよい。

(余談)

式(3-3)を導くには、ひたすら根号を外すことに専念すればよい。しかし、慣れてないとたつくかもしれないので、念のために導出を示す。式(3-2)を式(3-1)に代入すると

$$m\lambda = \sqrt{z^2 + \left(x + \frac{d}{2}\right)^2} - \sqrt{z^2 + \left(x - \frac{d}{2}\right)^2} \quad (3-4)$$

両辺を2乗すると

$$(m\lambda)^2 = z^2 + \left(x + \frac{d}{2}\right)^2 + z^2 + \left(x - \frac{d}{2}\right)^2 - 2\sqrt{z^2 + \left(x + \frac{d}{2}\right)^2} \sqrt{z^2 + \left(x - \frac{d}{2}\right)^2} \quad (3-5)$$

根号を左辺に、他を右辺に移項して2で割ると

$$\begin{aligned} & \sqrt{z^2 + \left(x + \frac{d}{2}\right)^2} - \sqrt{z^2 + \left(x - \frac{d}{2}\right)^2} \\ &= z^2 + x^2 + \left(\frac{d}{2}\right)^2 - \frac{(m\lambda)^2}{2} \end{aligned} \quad (3-6)$$

両辺を2乗し、展開して x , y について整理すると、

$$\begin{aligned} & \left\{ (m\lambda)^2 - d^2 \right\} x^2 + (m\lambda)^2 z^2 \\ &= \frac{1}{4} (m\lambda)^2 \left\{ (m\lambda)^2 - d^2 \right\} \end{aligned} \quad (3-7)$$

となる。両辺を右辺の量で割ると、式(3-3)を得る。



Thomas Young

1773年6月13日サマーセット州ミルバートン生まれ。1829年5月10日ロンドンで没す。幼少時より語学の才に優れ、16歳でギリシャ語ラテン語に堪能で、さらに8ヶ国語を理解した。1792年医学を志し、目の調節機能を筋肉の構造から説明した。1801年英国 Royal Institution の自然哲学教授。energyの語を最初に使った。1800-4頃の著作にダブルスリットの実験、回折格子による単色光の抽出などの記述がある。弾性体のヤング率の名称も彼に由来。エジ

プト学者として、Rosetta Stoneの解読に貢献した。

の位置を $z = 0$ とし、 z の正の向きに無限に長い弦を考える。

弦の一端を固定した場合が固定端である。図 5-2 に $z = 0$ を固定端とした弦を示す。弦の位置は釣り合いの位置 ($y = 0$) に固定するが、弦は端点で自由に傾くことができるものとする。この弦に沿って遠方から、変位が $y = g(z+ct)$ である波が、端点に向かって動いてくるものとする。

端点以外は、弦のどの部分も、そのすぐ左隣と右隣の部分からの作用で運動が決まり、無限に長い弦と同じ状況にある。すなわち、端点以外の弦の運動は式(5-3)の形に表すことができる。したがって、端点が波に対してどのように振舞うかが重要である。問題設定としては、左へ向かう成分 g が与えられたときに関数 f がどのように定まるかを考えればよい。固定端 $z = 0$ では、変位が常に 0 という条件が課せられる。これを数式で書くと、式(5-3)に $z = 0$ を代入して、

$$y(0, t) = f(-ct) + g(ct) = 0 \quad (5-4)$$

となる。与えられた関数 g に対して、この式が時間によらず常に成立するためには、

$$f(z) = -g(-z) \quad (5-5)$$

であることが必要十分条件である。すなわち、任意の位置 z 、時刻 t における変位 $y(z, t)$ は

$$y(z, t) = -g(-z+ct) + g(z+ct) \quad (5-6)$$

で与えられることがわかる。すなわち、もとの波 $g(z+ct)$ に、これを空間反転した波形で逆向きに伝搬する波 $-g(-z+ct)$ が加わったように振舞うことがわかる。この逆向きに伝搬する波が、反射波とよばれる波である。端点はまったく動くことなく、したがってエネルギーの供給も消耗もない。端点で境界条件（今の場合

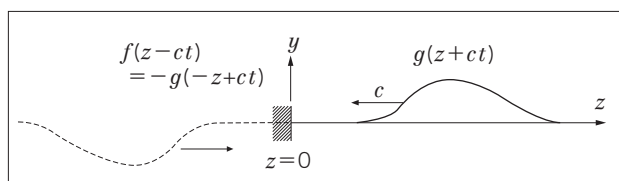


図 5-2 固定端での波の反射

「端点で変位が常に 0」という条件) を満足するというだけで、反射波の形が完全に規定された。

開放端は、固定端とは逆に、振動方向には自由に変位できる境界である。図 5-3 に $z = 0$ を開放端とした弦を示す。弦の張力に対抗して釣り合うように z 方向には力が働く。しかし、開放端は上下には自由に変位できるので、上下方向には力が働かない。したがって、弦は $z = 0$ で常に z 軸に平行になるという条件となる。もしわずかでも斜めになりかかると、張力が上下方向にも成分をもち、その力によって弦の端点が速やかに動いて平行が保たれる。

弦が $z = 0$ で z 軸に平行になるという条件が、常に成立するためには、式(5-5)の代わりに、

$$f(z) = g(-z) \quad (5-7)$$

であればよい。すなわち、任意の位置 z 、時刻 t における変位 $y(z, t)$ が、

$$y(z, t) = g(-z+ct) + g(z+ct) \quad (5-8)$$

で与えられる。これは、もとの波 $g(z+ct)$ に対する反射波として、図の左右に反転した波形で逆向きに伝搬する波 $g(-z+ct)$ が生ずることを意味する。端点 $z=0$ で、もとの波の傾きと反射波の傾きが常に打ち消しあい、端点で弦は常に z 軸に平行になる。

開放端は、固定端とは対照的に、上下に動くが上下に力は働かない。その結果、やはり弦と外部との間にエネルギーの授受はない。そしてやはり、境界条件を満足させるために反射波が生ずる形になる。固定端の場合は元の波と逆の極性の反射波が生じたが、開放端では同じ極性の反射波が生ずる。

固定端と開放端はそれぞれ極限的な概念であって、一般には多様な境界条件がありうる。例えば、図 5-4 に示すような、太さの異なる弦が各々の端点でつなが

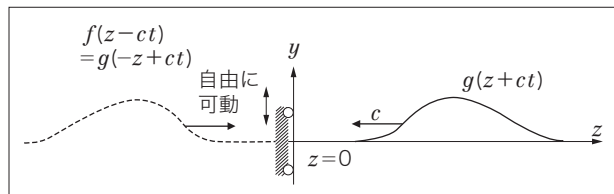


図 5-3 開放端での波の反射

する固有関数である。この形で、しかも式(8-18)の解となるようなものを求める。式(8-24)を式(8-18)に代入すれば、

$$-(\omega^2 + Mc^2)T = 0 \quad (8-25)$$

を得る。これを解いて得られる $M = -\omega^2/c^2$ を式(8-17)に代入すると、関数 X の満たすべき方程式が得られ、本文の式(8-9)と同等の微分方程式になる。結局、時不変な方程式で、発散しない解を考えると $e^{-i\omega t}$ なる因子の解が期待されるということになる。

なお、式(8-23)の直前で、実数 ω を用いて純虚数 γ を表すのに $\gamma = -i\omega t$ としたが、 $\gamma = i\omega t$ とすることもできる。その場合、時間発展を表す因子は $\exp(i\omega t)$ となる。どちらの流儀であっても一貫していれば問題は生じないが、混乱すると誤りになる。

また、途中、なぜ $t \rightarrow \pm\infty$ で発散しない解に限定したかは、興味の対象としか言えない。実際、

$$u(x, t) = e^{k(x-ct)} \quad (8-26)$$

は、式(8-1)の解である。物理的にこのような振舞いの波動を考える状況でなければ、式(8-26)のような解は除外して、式(8-24)の時間依存性を考えるということである。

オイラーの公式は大学初年級位で習う公式で、 π を代入すると、オイラーの等式 (Euler's identity) :

$$e^{i\pi} + 1 = 0 \quad (8-27)$$

が得られる。多忙な学生さん達は特に感動もせずに、より高度で複雑な内容に進んでいくのだろうか。しかし、式(8-27)は、0, 1, i , e , π の関係を和、積、^{べき}、等号で表していて、代数や解析や幾何のつながりを象徴しているような不思議さと美しさがある。Richard

Feynman も “The most remarkable formula in mathematics” と書いているそうだし、この式に感動して数学を志した人もいるそうだから、授業でも式を鑑賞する時間を作ると数学がもっと発展するかもしれない。

オイラーの公式は、初め Roger Cotes (Newton のもとでプリンキピアの校正を手がけた人) により 1714 年にやや曖昧な形で証明され、1748 年にオイラーによって再発見されて有名になった。式中、自然対数の底の記号として最初に e を使ったのはオイラーで、虚数単位の記号として最初に i を使ったのもオイラーで、円周率の記号として π が定着したのもオイラーが採用してからだということである。公式の中身も表現法も彼の貢献というのだから、時代のレベルを凌駕していた感がある。いや、オイラーのベータ関数が超ひも理論の発端にあったなどという話を聞くと、その業績の底知れぬ大きさと奥深さに感じる畏敬の念は、筆舌に尽くしがたい。



Leonhard Euler

1707 年 4 月 15 日スイスのバーゼル生まれ。1783 年 9 月 18 日ロシアのサンクトペテルブルクで没す。歴史上最も偉大な数学者の 1 人。少年期から数学の才を現わした。1720 年から Basel 大学に学び、そこで Daniel Bernoulli, Nikolaus Bernoulli 兄弟に才能を見出された。1727 年にロシアの Catherine II に招かれてサンクトペテルブルクに行く。1733 年結婚。1735 年に右目を失

明。1741 年にベルリンの Prussian Academy of Sciences に赴任。1766 年に Catherine II 統治下のサンクトペテルブルクに戻る。1771 年失明。熱狂的な数学好きの人だったらしい。

■ 事項

	頁	カラム	行		頁	カラム	行
アンペールの法則	30	左	1	磁束密度	26	左	6
アンペールの法則	30	右	下 6	射出角	2	右	6
エネルギー (energy)	7	右	下 6	真空の透磁率	30	左	下 6
円偏光	15	左	4	真空の誘電率	26	右	7
オイラーの公式	22	右	下 2	振幅反射率	14	右	下 10
オイラーの等式	25	左	下 7	ストークスの定理	30	右	13
外積	26	左	下 5	スネルの法則	2	右	2
回転	32	右	14	線形性	6	左	3
開放端	11	右	3	線形性	22	左	4
ガウスの定理	28	左	6	全微分可能	37	右	下 6
ガウスの法則	27	右	5	双曲線	6	右	下 2
重ね合わせの原理	5	左	下 5	対称性	3	右	下 6
重ね合わせの理	8	左	4	対称操作	3	右	下 6
干渉	5	左	2	ダイバージェンス	27	右	下 5
干渉計	9	右	下 7	張力	17	左	下 2
干渉縞	5	右	下 3	直線偏光	14	右	下 10
幾何光学	1	左	下 7	電荷	26	右	4
クーロンの法則	26	右	5	電荷の保存則	36	右	下 3
屈折の法則	2	右	2	電荷密度	34	右	下 1
屈折率	3	左	下 12	電気定数	26	右	7
グラディエント	29	左	下 5	電磁誘導の法則	31	左	2
弦	17	左	6	電束密度	35	左	3
弦を伝わる波	10	左	下 1	電場	26	左	6
光子	1	左	下 10	電流密度	35	左	1
光線	1	左	下 10	導波路	8	左	下 7
光波	1	左	下 10	ナブラ	29	左	17
勾配	29	左	下 5	2 階線形偏微分方程式	20	左	下 9
光路差	7	左	17	入射角	2	右	6
光路長	7	左	14	ニュートンの運動方程式	17	右	3
固定端	11	左	3	波長	2	右	下 5
磁気定数	30	左	下 6	発散	27	右	下 5

索引

■ 事項

	頁	カラム	行
波動光学	1	左	下 7
波動方程式	18	右	4
反射の法則	3	右	6
反射波	11	左	下 3
ビームスプリッター	9	左	下 7
非線形光学	6	左	5
微分可能	37	右	下 6
微分可能	38	左	3
ファラデーの法則	31	左	2
ベクトル積	26	左	下 5
ヘリシティ	15	右	下 8
変位	10	右	3
変位電流	37	右	1
偏光	2	左	5
変数分離法	24	左	9
偏導関数	18	左	6
偏微分	18	左	6
偏微分記号	18	左	2
偏微分の順序	37	右	9
偏微分方程式	18	左	下 11
方向性結合器	8	左	下 7
方向微分可能	38	左	4
マクスウェル方程式	2	左	下 17
マクスウェル方程式	34	右	11
ヤングの実験	5	左	7
横波	13	左	2
ラプラシアン	19	左	2
ラプラス演算子	19	左	2
量子光学	1	左	下 7
ローテーション	32	右	14
ローレンツ力	26	左	12

■ 人名

	頁	カラム	行
Bernoulli, D.	25	人物	7
Bernoulli, N.	25	人物	8
Boltzmann	38	人物	12
Catherine II	25	人物	9
Cotes	25	右	5
Coulomb	29	人物	1
d'Alembert	21	人物	13
Descartes	4	人物	16
Euler	25	人物	1
Feynman	25	右	1
Harriot, T.	4	人物	12
Huygens	4	人物	10
Laplace	21	人物	1
Maxwell	38	人物	1
Snell	4	人物	1
Stokes	33	人物	1
Young	7	人物	1

■ 記号

	頁	カラム	行
∂	18	左	2
div	27	右	下 5
grad	29	左	下 5
Δ	19	左	3
∇	29	左	18
rot	32	右	14

著者略歴

本宮佳典 (ほんぐう・よしのり) , Yoshinori Hongu



1956年 神奈川県藤沢市生まれ
1975年 神奈川県立湘南高等学校卒業
1979年 東京大学理学部物理学科卒業
1984年 東京大学大学院理学系研究科物理学専攻博士課程修了 理学博士
同年、株式会社東芝入社 光応用機器の研究開発に従事
2012年 東芝リサーチ・コンサルティング株式会社 シニアフェロー
2018年 株式会社東芝 研究開発センター (2021.10退職)
法政大学理工学部 (兼任講師) (2018.4～)

第20回 (2019年度) 応用物理学会業績賞 (教育業績) 受賞

「波動光学の風景」の情報は以下のURLで公開しています。 <https://www.adcom-media.co.jp/opluse/wave/>

波動光学の風景 導入編

2012年11月1日初版発行

2023年2月1日第2版発行

著者	本宮 佳典
発行者	喜多 野乃子
発行所	アドコム・メディア株式会社
	〒169-0073 東京都新宿区百人町2-21-27
	電話 (03)3367-0571(代)

Advanced Communication Media Co. Ltd., Tokyo, Japan, 2012

ISBN 978-4-910636-09-2 C3042 ¥4000E

©Yoshinori Hongu 2012

印刷/製本 ㈱ブックフロント

Printed in Japan

・本書に掲載する著作物の複製権・翻訳権・上映権・譲渡権・公衆送信権
(送信可能化権を含む) はアドコム・メディア㈱が保有します。

・**JCOPY** 出版者著作権管理機構 委託出版物

本書の無断複製は著作権法上での例外を除き禁じられています。複製される場合は、そのつど事前に、
出版者著作権管理機構 (電話 03-5244-5088, FAX 03-5244-5089, E-mail info@jcopy.or.jp) の
許諾を得てください。