# 波動光学の風景

## 回折編（1）

本宮佳典 著

試し読み

Advanced Communication Media
アドコム・メディア株式会社

# はじめに

この電子書籍は，月刊 O plus E 誌の連載チュートリアル記事「波動光学の風景」の，2010年4月号から2011年2月号までに掲載された分をまとめたものである。回折現象を扱う基本的なモデルとして，スカラー波の回折モデルについて紹介する。

光は一様な媒質中では直進し，物体があると反射や屈折が生じて軌道が折れ曲がる。しかしよく見ると，これらだけでは説明できないところへも光は回り込むように伝わって行く。このような現象が回折である。回折は，波動に特徴的な現象であり，光に限らず音や水面の波などでも生じる。

本来ベクトル場である光の場の挙動を，スカラー場の波動方程式の解の挙動によって理解しようとするのがスカラー波の回折モデルである。したがって，そこには大きな単純化がなされている。それでも，波のイメージを描きやすいことから，回折現象に対する理解や見通しも得られ，技術的な議論の基盤にもなる。条件によっては現実のよい近似になる場合もある。厳密な計算をする前にスカラーモデルで概要を把握するということも，広く行われている。

スカラー波の回折のモデルとしては，平面波展開による定式化と，グリーンの定理を用いた定式化が代表的である。本編では主にこれらについて紹介する。それぞれが異なる発想に基づいていて，両者を比較すると，各手法の特徴を理解しやすいと思う。

第 62 章では球面波のワイルの表現と呼ばれる公式の導出を紹介した。この公式は便利だが，導出が難解とされて教科書等では敬遠されることが多い。しかし，積分の順序に注意すれば，留数の定理程度までの知識で導出できる。本編では触れないが，体積ホログラムを理解する上でも有用な公式である。

平面波展開の式に球面波のワイルの表現を適用すると点像分布関数が得られ，境界値問題として導かれる結果と等価な結果にも至ることができる。このことについても本書で紹介する。異なる道筋を辿っても同じ場所に出られると，モデルの妥当性に対する信頼も寄せやすくなるし，モデルの背後に共通した見方も感じられて興味深く思われる。

回折は，幅広い応用分野に関わる現象である。回折格子など，名前に回折が現れるものだけにはとどまらない。顕微鏡や望遠鏡，光ディスク装置など，幾何光学的に理想に近い光学系では，回折が性能を決める要因になる。したがって，設計や評価のためにも回折の理解は重要である。レーザービームの遠方での太さや断面強度分布にも回折が強く影響する。ホログラフィも回折の一種として説明することができる。

回折という光学現象への興味や回折を扱う光学理論への興味，あるいは種々の応用への興味など，読者の回折に対する興味に本書が少しでも応えることができれば，著者として何よりの喜びである。

2014年1月　本宮 佳典

# 目　次


第 57 回　59.　スカラー波の回折と平面波展開
第 58 回　60.　平面波展開に対する近似
第 59 回　61.　球座標
第 60 回　62.　球面波とワイルの表現
第 61 回　63.　点像分布関数
第 62 回　64.　グリーンの定理
第 63 回　65.　キルヒホッフの積分定理
第 64 回　66.　キルヒホッフの回折理論
第 65 回　67.　境界条件と回折積分
第 66 回　68.　フレネル回折
第 67 回　69.　フラウンホーファー回折

# 波動光学の風景……◆57

## 59. スカラー波の回折と平面波展開

回折は，光が遮蔽(しゃへい)物に当たったときに，その背後の領域に波として回り込む現象である。少なくとも典型的にはそのような現象である。しかし，もう少し広い範囲の現象が回折と呼ばれる。**図 59–1** に典型的な回折のスキームを示した。図中，(a)のような遮光板の微小開口による回折のほか，(b)のようなエッジによる回折，あるいは(c)のように周期的に振幅変調を受けることによる回折もある。また，遮蔽物はなくても，(d)のように屈折率が周期的に空間変調される回折格子による回折もある。また，(e)のように空間的に周期的な変調がある場合は，ブラッグ回折と呼ばれる現象が生じる。変調は，必ずしも周期的である必要はない。屈折率が急変していると回折が生じる。特に(f)のように，直進する入射光が微小物体によって乱されるスキームは散乱と呼ばれるが，これも回折の一種として扱われることがある。以上は透過する波について紹介したが，反射光に対してもそれぞれ同様の現象が生じ得る。これらの伝搬現象はいずれも幾何光学的に説明するのは困難であり，その意味において波動に特徴的なものである。

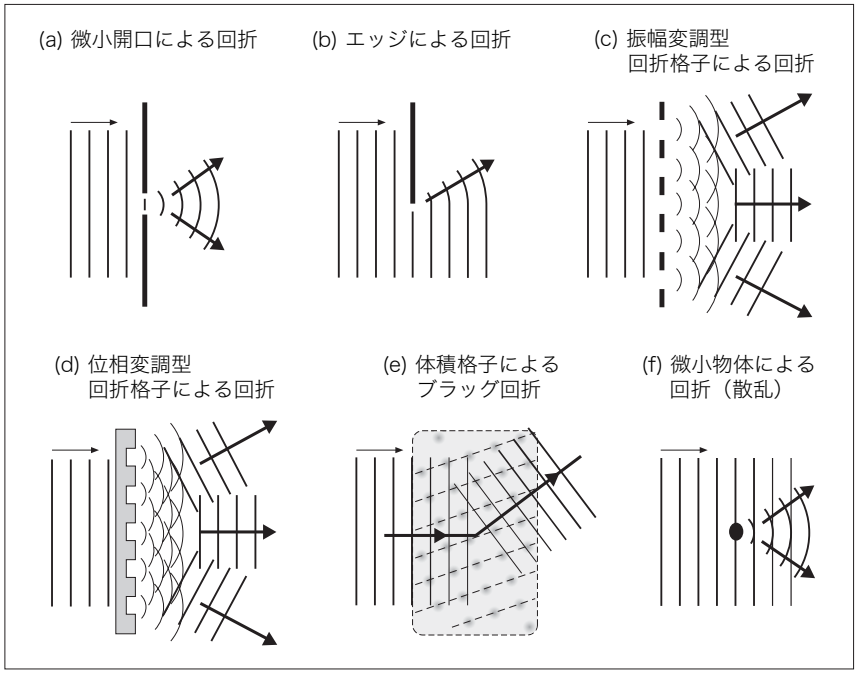


**図 59–1**　典型的な回折現象

回折も電磁場の現象の一つであり，マクスウェル方程式に基礎を置いて扱うことができる。以下にそれを紹介する。

媒質が一様等方で非磁性の場合について，光の場の時間発展が $\exp(-i\omega t)$で記述される場を考える。このときマクスウェル方程式は

$$\mathrm{rot}\,\boldsymbol{H} = -i\omega\varepsilon\boldsymbol{E} \tag{59–1}$$

$$\mathrm{rot}\,\boldsymbol{E} = i\omega\mu_0\boldsymbol{H} \tag{59–2}$$

$$\mathrm{div}\,\boldsymbol{E} = 0 \tag{59–3}$$

# 波動光学の風景……◆60

## 62. 球面波とワイルの表現

電磁場の各成分は，スカラー場としてヘルムホルツ方程式

$$\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 v}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}+k^2 v=0 \qquad (62\text{–}1)$$

を満たす。ただし，$k$ は角周波数 $\omega$，誘電率 $\varepsilon$，透磁率 $\mu$ を用いて，

$$k=\omega\sqrt{\varepsilon\mu} \qquad (62\text{–}2)$$

のように与えられる。

これまで，この偏微分方程式の解として，主に平面波

$$v(x, y, z)=A\exp\left(ik_x x+ik_y y+ik_z z\right) \qquad (62\text{–}3)$$

を扱ってきた。式(62–3)では，座標($x$, $y$, $z$)の代わりに $(x+x', y+y', z+z')$ を代入しても，関数値には絶対値が 1 の定数因子が掛かるだけで，実質的には同じ解になる。つまり，式(62–3)は空間の一様性（物理法則が位置に依存しないという対称性）が直接反映された形の解である。

一方，空間の等方性（物理法則が方向に依存しないという対称性）が反映された形の解も，光の挙動を理解する上で重要である。前章で見たように，球座標を使うと，式(62–1)と同じ内容の法則（方程式）が，

$$\frac{\partial^2 v}{\partial r^2}+\frac{2}{r}\frac{\partial v}{\partial r}+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 v}{\partial \theta^2}+\frac{\cos\theta}{r^2\sin\theta}\frac{\partial v}{\partial \theta}+\frac{1}{r^2\sin^2\theta}\frac{\partial^2 v}{\partial \varphi^2}+k^2 v=0 \qquad (62\text{–}4)$$

と表される［必要なら第 61 章，式(61–41)参照］。

等方性が直接反映された形の解として，関数 $v$ が $\theta$, $\varphi$ に依存せず，$r$ のみの関数となるものを考える。このような $v$ は，$\theta$ あるいは $\varphi$ で微分すると 0 になる。したがって，式(62–4)は

$$\frac{\partial^2 v}{\partial r^2}+\frac{2}{r}\frac{\partial v}{\partial r}+k^2 v=0 \qquad (62\text{–}5)$$

となる。これを解くのに，

$$v(r)=\frac{g(r)}{r} \qquad (62\text{–}6)$$

と置いて，関数 $g$ の満たす微分方程式を求めてみよう。式(62–6)を $r$ で微分すると，

$$\frac{\partial v}{\partial r}=\frac{1}{r}\frac{\mathrm{d}g}{\mathrm{d}r}-\frac{g}{r^2} \qquad (62\text{–}7)$$

$$\frac{\partial^2 v}{\partial r^2}=\frac{1}{r}\frac{\mathrm{d}^2 g}{\mathrm{d}r^2}-\frac{2}{r^2}\frac{\mathrm{d}g}{\mathrm{d}r}+\frac{2g}{r^3} \qquad (62\text{–}8)$$

となる。ここで，関数 $g$ は $r$ のみの関数なので，微分記号は d を用いた。式(62–6)〜(62–8)を式(62–5)に代入すると，

$$\frac{1}{r}\frac{\mathrm{d}^2 g}{\mathrm{d}r^2}-\frac{2}{r^2}\frac{\mathrm{d}g}{\mathrm{d}r}+\frac{2g}{r^3}+\frac{2}{r}\left(\frac{1}{r}\frac{\mathrm{d}g}{\mathrm{d}r}-\frac{g}{r^2}\right)+k^2\frac{g}{r}=0 \qquad (62\text{–}9)$$

となり，これを整理すると

$$\frac{\mathrm{d}^2 g}{\mathrm{d}r^2}+k^2 g=0 \qquad (62\text{–}10)$$

となる。したがって，式(62–10)の独立な解として

$$\frac{\exp\left(ik\sqrt{x^2+y^2+z^2}\right)}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}} = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} \frac{i}{2\pi k_z}\exp\left(ik_x x + ik_y y + ik_z z\right)\mathrm{d}k_x\,\mathrm{d}k_y \tag{62–48}$$

となる。あるいは，同じことだが，

$$\frac{\exp\left(ikr\right)}{r} = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} \frac{i\exp\left(i\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r}\right)}{2\pi k_z}\mathrm{d}k_x\,\mathrm{d}k_y \tag{62–49}$$

のように書くこともできる。ただし，式(62–39), (62–47)より，$k_z$ は $k_x$, $k_y$ の関数で，

$$k_z = \begin{cases} \sqrt{k^2-k_x^2-k_y^2} & \left(\sqrt{k_x^2+k_y^2} < k\right) \\ \sqrt{k_x^2+k_y^2-k^2} & \left(\sqrt{k_x^2+k_y^2} > k\right) \end{cases} \tag{62–50}$$

と定義した。

式(62–49)で，$\boldsymbol{r}$ の代わりに $\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'$ を代入すると，

$$\frac{\exp\left(ik|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'|\right)}{|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'|} = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} \frac{i\exp\left[i\boldsymbol{k}\cdot(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}')\right]}{2\pi k_z}\mathrm{d}k_x\,\mathrm{d}k_y \tag{62–51}$$

となり，点 $\boldsymbol{r}'$ にあるポイントソースから周囲に広がる波を示す式になる。

式(62–51)で，

$$\boldsymbol{k} = \begin{pmatrix} k_x \\ k_y \\ k_z \end{pmatrix} = k\begin{pmatrix} s_x \\ s_y \\ s_z \end{pmatrix} = k\boldsymbol{s} \tag{62–52}$$

によって，ノルムが 1 のベクトル $\boldsymbol{s} = (s_x, s_y, s_z)$を定義し，$s_x$, $s_y$ についての積分に変換すると，

$$\frac{\exp\left(ik|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'|\right)}{|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'|} = \frac{ik}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{s_z}\exp\left[ik\boldsymbol{s}\cdot(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}')\right]\mathrm{d}s_x\,\mathrm{d}s_y \tag{62–53}$$

という表式にもなる。ここで，

$$s_z = \begin{cases} \sqrt{1-s_x^2-s_y^2} & \left(s_x^2+s_y^2 < 1\right) \\ i\sqrt{s_x^2+s_y^2-1} & \left(s_x^2+s_y^2 > 1\right) \end{cases} \tag{62–54}$$

と定義される。念のため繰り返すが，これらの表式は式(62–14)に基づく式であるから，成立範囲は $0<z$ である。

式(62–51)，(62–53)は，球面波を平面波の重畳で表した基本的な関係式で H. Weyl によって導かれたことから球面波のワイルの表現（Weyl representation of spherical wave）と呼ばれる[1]。米国の大学のウェブサイトで見かけた学部学生向けの光学入門の講義[2]の資料でも紹介されていたくらいで，有名かつ基本的である。光の散乱や回折，ホログラムなどの理論の基礎として使われる。

**参考文献**


1) Born and Wolf: Principles of Optics, 7th ed. Section 13.2.1, Equation (2), Cambridge Univ. Press (1999)
Section 13 は，7th ed.で新たに加わった。6th ed.の Section 13, 14 は，7th ed.ではそれぞれ Section 14, 15 になっている。
2) http://galileo.phys.virginia.edu/classes/531.cas8m.fall05/l1.pdf (p. 19)
(http://galileo.phys.virginia.edu/classes/531.cas8m.fall05/)

**Hermann Klaus Hugo Weyl**

1885 年 11 月 9 日ドイツの Elmshorn（Hamburg の北西約 30 km）に生まれ，1955 年 12 月 8 日スイスの Zürich に没す。ドイツ生まれの数学者。父親は銀行家。少年の頃から数学の才を示した。1904 年ミュンヘン大に入学し，Univ. of Göttingen に進んで David Hilbert のもとで学んだ。1908 年，積分方程式に関する研究で学位を取得し，1913 年まで員外講師として働いた。哲学教授の Edmund Husserl の影響を受け，彼の教え子の Helene Joseph と結婚し，二人の息子を儲けた。1913 年から 1930 年まで ETH Zürich（スイス連邦工科大学チューリッヒ校）で数学教授を務めた。最初の年は Einstein も居て強く影響を受けた。1921 年に Schröinger が理論物理の教授となり親しくなった。Hilbert の後任として Univ. of Göttingen の数学教授を 1930 年から 1933 年まで務めた。ナチの勢力拡大のため，1933 年に米国のプリンストン高等研究所へ渡り，退職する 1952 年まで在籍した。日本初のフィールズ賞受賞者，小平邦彦は Weyl によってプリンストン高等研究所に招聘（へい）された。

肖像: http://owpdb.mfo.de/detail?photoID=4499,
Copyright: MFO (Attribution-Share Alike 2.0 Germany):
http://creativecommons.org/licenses/by-sa/2.0/de/deed.en

# 波動光学の風景……◆62

## 64. グリーンの定理

第 59，60 章で紹介したように，スカラー波動場 $\phi(x, y, z)$が前向き平面波の重ね合わせとして表せる場合，境界条件として与えられる場 $\phi(x, y, 0)$の逆フーリエ変換で各平面波の振幅を求め，それを用いて $\phi(x, y, z)$を求めることができた。また，その表式に近似を施して，フレネル回折やフラウンホーファー回折の表式を導くことができた。

しかし，場が前向きの平面波だけの重ね合わせとして表せるという，強い条件が前提であったり，境界条件を与える面が平面に限定されるなどの制約があった。これに対して，より一般的な状況を想定し，グリーンの定理に基づいて回折を扱うモデルがある。これについて，順を追って紹介する。境界条件を曲面上で与えることも想定されており，系に応じて柔軟に適用しやすい。また，回折公式などが，どのような仮定や近似のもとに導かれるのかが理解しやすい。本章では，その基礎となるグリーンの定理を導く。

まず，**図 64–1** のような 3 次元の領域に対するガウスの定理

$$\iint_{\Sigma} \boldsymbol{E}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S} = \iiint_{\mathrm{V}} \mathrm{div}\boldsymbol{E}\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y\,\mathrm{d}z \qquad (64\text{–}1)$$

を思い出そう［必要があれば第 9 章の式(9–10)参照］。ここで，$\boldsymbol{E}(x, y, z)$は電場であったが，式(64–1)自体は微分可能な任意のベクトル場に対して成立する。式(64–1)の右辺は，

$$\mathrm{div}\,\boldsymbol{E} = \frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z} \qquad (64\text{–}2)$$

というスカラー量を，領域 V の全体積にわたって積分した値を表す。また，左辺は，電場 $\boldsymbol{E}$ と表面の微小面要素を表すベクトル $\mathrm{d}\boldsymbol{S}$ との内積を，領域の全表面にわたって積分した値である。微小面要素を表すベクトル $\mathrm{d}\boldsymbol{S}$ は，微小面要素の面積 $\mathrm{d}S$ と，その面要素の外向き法線方向を向いた単位ベクトル $\boldsymbol{n}$ の積として定義される。式(64–1)の左辺は，

$$\iint_{\Sigma} \boldsymbol{E}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S} = \iint_{\Sigma} \boldsymbol{E}\cdot\boldsymbol{n}\,\mathrm{d}S = \iint_{\Sigma} E_n\,\mathrm{d}S \qquad (64\text{–}3)$$

と書くこともできる。ただし，$E_n$ は $\boldsymbol{E}$ と $\boldsymbol{n}$ の内積で，$\boldsymbol{E}$ の法線方向成分を表す。

ここで，$\boldsymbol{E}$ として，電場の意味を離れ，任意の微分可能なスカラー場 $\phi(x, y, z)$と $\psi(x, y, z)$から導かれるベクトル場

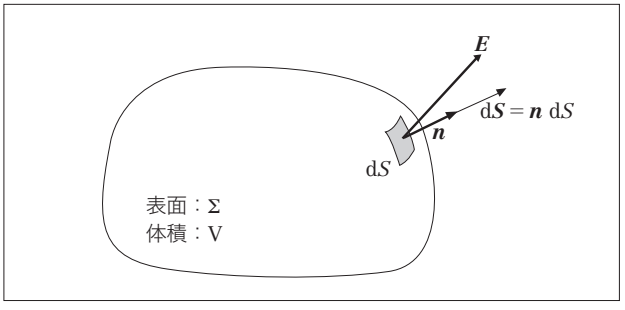


**図 64–1**　積分区間とする領域と表面の微小要素

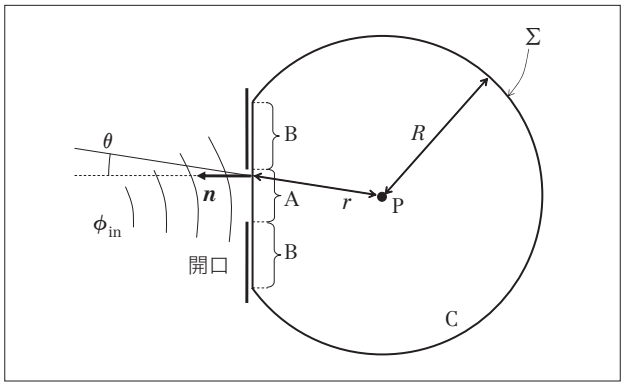


**図 66–4**　積分定理の適用領域

たら，そこにできていた場」として与えられるものとする。式(66–1)の積分領域 Σ を，A, B, C の 3 つの領域に分ける。領域 A は開口部，領域 B はスクリーンの裏面，領域 C は半径 $R$ の球面である。

ここで，各領域でどのように $\phi$ と $\partial\phi/\partial n$ を与えるかが問題である。通常，領域 A においては，

$$\phi=\phi_{in} \tag{66–3}$$

$$\frac{\partial\phi}{\partial n}=\frac{\partial\phi_{in}}{\partial n} \tag{66–4}$$

とし，領域 B においては，

$$\phi=0 \tag{66–5}$$

$$\frac{\partial\phi}{\partial n}=0 \tag{66–6}$$

であるとする。これはキルヒホッフの境界条件と呼ばれる。

厳密に考えれば，開口部の電磁場はスクリーンや開口の影響を受けてわずかに変化する。また，スクリーンの裏側にも微弱な光が回り込む。ただ，直観的には，これらの影響が点 P の場に寄与する割合は非常に小さいと推測される。そこで，式(66–1)の積分を計算する際に近似手法としてそのような寄与を無視するというのが式(66–3)～(66–6)の意味である。回折で生じる光の場がこれらの式を厳密に満足することを主張するものではなく，実際，厳密には成り立たない。

領域 C においては，ゾンマーフェルトの放射条件と呼ばれる境界条件

$$\lim_{R\to\infty} R\left(\frac{\partial\phi}{\partial n}-ik\phi\right)=0 \tag{66–7}$$

を仮定する。この条件は，遠方で関数 $\phi$ が少なくとも外向き球面波と同等かそれ以上に早く減衰すれば満足される。また，式(66–7)が成立するとき，外向き波は存在しても，内向き波は存在しないことになる[1)]。領域 C では，法線方向 $n$ は $r$ と一致する。この条件を使うと，式(66–1)右辺の表面積分の内，領域 C に対する積分は，

$$\begin{aligned}&\frac{1}{4\pi}\iint_C\left\{\frac{\exp(ikr)}{r}\frac{\partial\phi}{\partial n}-\phi\frac{\partial}{\partial n}\left[\frac{\exp(ikr)}{r}\right]\right\}dS\\&=\frac{1}{4\pi}\iint_\Omega\left(\frac{\partial\phi}{\partial n}-ik\phi+\frac{1}{R}\phi\right)\frac{\exp(ikR)}{R}R^2d\Omega\\&=\frac{1}{4\pi}\iint_\Omega R\left(\frac{\partial\phi}{\partial n}-ik\phi+\frac{1}{R}\phi\right)\exp(ikR)d\Omega\\&\to 0\quad(R\to\infty)\end{aligned} \tag{66–8}$$

となる。ただし，dΩ は微小面積 $dS$ を見込む微小立体角とする。また，領域 B では被積分関数が 0 なので，

$$\frac{1}{4\pi}\iint_B\left\{\frac{\exp(ikr)}{r}\frac{\partial\phi}{\partial n}-\phi\frac{\partial}{\partial n}\left[\frac{\exp(ikr)}{r}\right]\right\}dS=0 \tag{66–9}$$

となる。したがって，境界面Σに対する面積分は，領域 A のみの積分となり，

$$\begin{aligned}&\phi(\boldsymbol{r}_P)\\&=\frac{1}{4\pi}\iint_A\left\{\frac{\exp(ikr)}{r}\frac{\partial\phi_{in}}{\partial n}-\phi_{in}\frac{\partial}{\partial n}\left[\frac{\exp(ikr)}{r}\right]\right\}dS\end{aligned} \tag{66–10}$$

となる。

なお，

$$\begin{aligned}\frac{\partial r}{\partial n}&=\frac{\partial x}{\partial n}\frac{\partial r}{\partial x}+\frac{\partial y}{\partial n}\frac{\partial r}{\partial y}+\frac{\partial z}{\partial n}\frac{\partial r}{\partial z}\\&=\frac{n_x(x-x_P)+n_y(y-y_P)+n_z(z-z_P)}{\sqrt{(x-x_P)^2+(y-y_P)^2+(z-z_P)^2}}\\&=\boldsymbol{n}\cdot\frac{\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_P}{|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_P|}=\cos\theta\end{aligned} \tag{66–11}$$

が成り立つ。ここで，$\boldsymbol{n}=(n_x, n_y, n_z)$は外向き法線方向の単位ベクトルで，$\theta$ は**図 66–5** に示すように，$\boldsymbol{n}$ と $\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_p$ のなす角とする。式(66–11)を使うと，

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial n}\left[\frac{\exp(ikr)}{r}\right]&=\frac{\partial r}{\partial n}\frac{\partial}{\partial r}\left[\frac{\exp(ikr)}{r}\right]\\&=\cos\theta\left(ik-\frac{1}{r}\right)\frac{\exp(ikr)}{r}\end{aligned} \tag{66–12}$$

このように，式(69–2)の条件が満たされるとき，式(69–4)あるいは式(69–6)が成り立つ。これらの式で表される回折はフラウンホーファー回折と呼ばれる。積分の部分が実質的に関数 $\phi_{\mathrm{in}}(x_1, y_1)$のフーリエ変換なのが特徴的で，数学的な性質の見通しがよい。

式(69–2)の条件は，$((\sqrt{z_2{}^2+(x_1{}^2+y_1{}^2)_{\max}}-z_2 \ll \lambda$と書けることからも分かるように）開口から十分遠方というイメージだが，レンズで集束した光の集光点近傍の場も上述のフラウンホーファー回折の式と類似の式で表される。高解像度の結像光学系の特性を考えるときなどに有用なので，そのことを見ておこう。**図 69–2** に示したように，面$\Sigma_0$ に右向きに進行する平面波が，レンズによって，焦点 O に集束する球面波に変換されるものとする。矢印の折れ線は光線を示すが，波面の法線方向に相当する。

図 69–2 のように，光軸から距離 $h$ でレンズに入射した光線が，焦点 O に入射する角度を $\theta$ とする。このとき，焦点距離と呼ばれるある定数 $f$ があって，$h$ の値によらず，

$$h = f \sin\theta \qquad (69\text{–}7)$$

となるようにレンズが設計されているものとする。式(69–7)の関係は正弦条件と呼ばれる。多くの結像用レンズは，正弦条件が精度よく成立するように設計される。正弦条件は良好な結像特性を実現するための条件であるが，ここではその詳細には立ち入らず，式(69–7)が成立するものとして，集光点近傍の場について考察する。

図 69–2 において，点 $P_1$ に入射した光は，点 $P_2$ と点 $P_3$ で屈折した後，点 O に向かう。このとき，式(69–7)が成り立つので，あたかも半径 $f$ の球面$\Sigma_1$ 上の点 $P_4$ から直接，空気中を飛来したかのような光が，点 O に到達する。点 $P_4$ から（仮想的に）射出される光の，点 $P_4$ における振幅は，入射光の点 $P_1$ における振幅で決まる。また，点 $P_4$ と $P_1$ で光の位相は等しいとする。したがって，面$\Sigma_0$ に平面波が入射すると面$\Sigma_1$ は等位相面になり，射出光は球面波となって点 O に向かう。

光軸と面$\Sigma_1$ の交点から光軸方向に $z$ 軸をとり，$z$ 軸に垂直に $x$ 軸，$y$ 軸をとる。面$\Sigma_0$ を座標$(x, y)$で通過した光線は，面$\Sigma_1$ でも同じ$(x, y)$座標の点 $P_4$ を発する光となる。

**図 69–3** に，このレンズの回折モデルにかかわる面を示す。面$\Sigma_1$ 上の光の場が $\phi_1(x_1, y_1)$で与えられたときの，焦点近傍の面$\Sigma_2$ 上の場 $\phi_2(x_2, y_2)$を求める。面$\Sigma_1$ 上の現実の光は電場 $\boldsymbol{E}(x_1, y_1)$と磁場 $\boldsymbol{H}(x_1, y_1)$で構成されるベクトル場である。これらが一様等方空間を伝搬するものと考えるので，電磁場の各方向成分 $E_x, E_y, E_z$ と $H_x, H_y, H_z$ はいずれもヘルムホルツ方程式を満たす。したがって，どの成分もスカラー場の回折理論に従う（必要なら第 59 章を参照)。以下では，スカラー場 $\phi$ はこれら 6 つの成分の内の任意の一つを表すものとする。

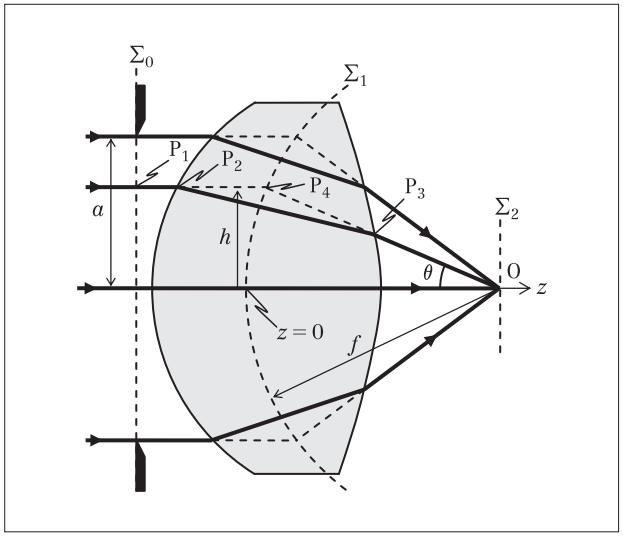


**図 69–2**　レンズによる光の集束

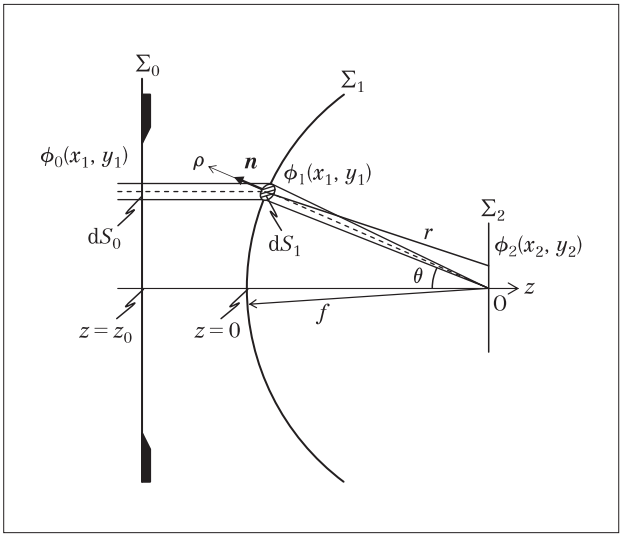


**図 69–3**　集光レンズにかかわる回折モデル

# 索　引

## ■ 事項


| | 頁 | カラム | 行 |
|---|---|---|---|
| エネルギー保存則 | 61 | 右 | 下 5 |
| エバネッセント波 | 24 | 左 | 9 |
| 回折 | 1 | 左 | 1 |
| ガウス型関数 | 11 | 左 | 下 4 |
| ガウスの定理 | 30 | 左 | 下 7 |
| 基底変換 | 15 | 右 | 下 7 |
| 球座標 | 14 | 左 | 4 |
| 球面波 | 20 | 左 | 9 |
| 球面波のワイルの表現 | 23 | 右 | 5 |
| 球面波のワイルの表現 | 25 | 左 | 9 |
| キルヒホッフの境界条件 | 41 | 左 | 12 |
| キルヒホッフの積分定理 | 36 | 左 | 10 |
| 近似 | 26 | 右 | 下 9 |
| 矩形開口 | 4 | 左 | 16 |
| グリーン関数 | 35 | 左 | 3 |
| グリーンの定理 | 30 | 左 | 16 |
| グリーンの定理 | 34 | 左 | 8 |
| 収束半径 | 10 | 右 | 14 |
| 焦点距離 | 57 | 左 | 下 7 |
| ジョルダンの補助定理 | 38 | 右 | 下 2 |
| ジョルダンの補題 | 38 | 右 | 下 1 |
| sinc 関数 | 4 | 右 | 1 |
| 正規直交系 | 14 | 右 | 下 10 |
| 正弦条件 | 57 | 左 | 下 3 |
| 絶対収束 | 10 | 右 | 15 |
| 相反定理 | 43 | 左 | 3 |
| 相反定理 | 48 | 右 | 7 |
| ゾンマーフェルトの放射条件 | 41 | 左 | 下 3 |
| デカルト座標 | 14 | 左 | 1 |
| デルタ関数 | 35 | 左 | 2 |
| 点像分布関数 | 24 | 右 | 下 2 |
| 点像分布関数 | 49 | 左 | 下 12 |
| 2 次元のグリーンの定理 | 32 | 右 | 1 |
| ハンケル変換 | 28 | 左 | 7 |
| 微分演算子 | 16 | 左 | 下 2 |
| フーリエ変換 | 6 | 左 | 下 1 |
| フーリエ変換 | 62 | 左 | 3 |
| 部分積分 | 31 | 右 | 10 |
| フラウンホーファー回折 | 9 | 右 | 下 7 |
| フラウンホーファー回折 | 25 | 右 | 12 |
| フラウンホーファー回折 | 57 | 左 | 3 |
| フレネル回折 | 7 | 右 | 13 |
| フレネル回折 | 25 | 右 | 11 |
| フレネル回折 | 51 | 右 | 11 |
| フレネル・キルヒホッフの回折公式 | 42 | 右 | 下 7 |
| フレネルの回折積分 | 51 | 右 | 10 |
| 平面波展開 | 2 | 右 | 下 2 |
| ベッセル関数 | 28 | 左 | 1 |
| ヘルムホルツ・キルヒホッフの積分定理 | 36 | 左 | 11 |
| ヘルムホルツの相反定理 | 43 | 左 | 2 |
| ヘルムホルツ方程式 | 18 | 左 | 下 2 |
| ヘルムホルツ方程式 | 19 | 左 | 1 |
| 変数変換 | 14 | 右 | 6 |
| ホイヘンスの原理 | 34 | 左 | 1 |
| ラプラシアン | 18 | 左 | 下 4 |
| 留数の定理 | 22 | 右 | 3 |
| レイリー・ゾンマーフェルトの回折積分 | 47 | 右 | 16 |
| レイリーの第 1 種の回折公式 | 47 | 左 | 8 |
| レイリーの第 2 種の回折公式 | 47 | 右 | 4 |
| レンズ | 57 | 左 | 8 |
| ワイル | 23 | 右 | 5 |

# 索　引

## ■ 人名


| | 頁 | カラム | 行 |
|---|---|---|---|
| Arago | 55 | 人物 | 下 5 |
| Beeckman | 18 | 人物 | 14 |
| Bethe | 49 | 人物 | 下 1 |
| Biot | 55 | 人物 | 下 5 |
| Born | 28 | 左 | 8 |
| Bunsen | 44 | 人物 | 15 |
| Christina | 18 | 人物 | 下 5 |
| Debye | 49 | 人物 | 下 2 |
| Descartes | 18 | 人物 | 1 |
| Descartes | 39 | 人物 | 10 |
| Einstein | 23 | 人物 | 16 |
| Erdélyi | 28 | 左 | 10 |
| Ewald | 49 | 人物 | 下 2 |
| Fraunhofer | 62 | 人物 | 1 |
| Fresnel | 55 | 人物 | 1 |
| Grimaldi | 5 | 人物 | 1 |
| Hankel | 28 | 右 | 7 |
| Hankel | 29 | 人物 | 1 |
| Heisenberg | 49 | 人物 | 下 1 |
| Hilbert | 23 | 人物 | 10 |
| Hilbert | 49 | 人物 | 13 |
| Husserl | 23 | 人物 | 13 |
| Huygens | 39 | 人物 | 1 |
| Jacobi | 44 | 人物 | 8 |
| Kirchhoff | 44 | 人物 | 1 |
| Klein | 49 | 人物 | 16 |
| Kronecker | 29 | 人物 | 13 |
| Laplace | 55 | 人物 | 下 5 |
| Leibniz | 13 | 人物 | 14 |
| Lindemann | 49 | 人物 | 14 |
| Mandel | 28 | 左 | 9 |
| Maximilian | 62 | 人物 | 下 9 |
| Mersenne | 39 | 人物 | 14 |
| Minkowski | 49 | 人物 | 9 |
| Möbius | 29 | 人物 | 8 |
| Napoleon | 55 | 人物 | 18 |
| Neumann | 44 | 人物 | 7 |
| Newton | 13 | 人物 | 14 |
| Pauli | 49 | 人物 | 下 2 |
| Poisson | 55 | 人物 | 下 5 |
| Riccioli | 5 | 人物 | 13 |
| Riemann | 29 | 人物 | 12 |
| Schrödinger | 23 | 人物 | 17 |
| Snell | 18 | 人物 | 下 6 |
| Sommerfeld | 49 | 人物 | 1 |
| Taylor | 13 | 人物 | 1 |
| Weichelsberger | 62 | 人物 | 8 |
| Weierstrass | 29 | 人物 | 13 |
| Weyl | 23 | 右 | 4 |
| Weyl | 23 | 人物 | 1 |
| Wien | 49 | 人物 | 9 |
| Wolf | 28 | 左 | 8 |
| Wollaston | 62 | 人物 | 下 5 |
| 小平邦彦 | 23 | 人物 | 21 |


## ■ 記号


| | 頁 | カラム | 行 |
|---|---|---|---|
| div | 17 | 左 | 8 |
| div | 31 | 左 | 9 |
| grad | 15 | 右 | 下 6 |
| grad | 31 | 左 | 9 |
| $\nabla^2$ | 18 | 左 | 下 4 |
| $\nabla^2$ | 31 | 左 | 下 11 |
| $\Delta$ | 31 | 左 | 下 10 |
| sinc | 4 | 右 | 1 |

**著者略歴**

## 本宮佳典（ほんぐう・よしのり）, Yoshinori Hongu

1956年 神奈川県藤沢市生まれ
1975年 神奈川県立湘南高等学校卒業
1979年 東京大学理学部物理学科卒業
1984年 東京大学大学院理学系研究科物理学専攻博士課程修了 理学博士
同年，株式会社東芝入社 光応用機器の研究開発に従事
2012年 東芝リサーチ・コンサルティング株式会社 シニアフェロー
2018年 株式会社東芝 研究開発センター（2021.10退職）
法政大学理工学部（兼任講師）（2018.4〜）

第20回（2019年度）応用物理学会業績賞（教育業績）受賞


「波動光学の風景」の情報は以下のURLで公開しています。https://www.adcom-media.co.jp/opluse/wave/


**波動光学の風景　回折編（1）**

2014年1月25日初版発行
2023年2月1日第2版発行

著　者　　本　宮　　佳　典
発行者　　喜　多　　野乃子
発行所　　アドコム・メディア株式会社
〒169-0073　東京都新宿区百人町2-21-27
電話　(03)3367-0571(代)

Advanced Communication Media Co. Ltd., Tokyo, Japan, 2014
ISBN978-4-910636-15-3　C3042　¥4000E


© Yoshinori Hongu 2014


印刷/製本　㈱ブックフロント
Printed in Japan



・本書に掲載する著作物の複製権・翻訳権・上映権・譲渡権・公衆送信権（送信可能化権を含む）はアドコム・メディア㈱が保有します。
・ JCOPY ＜出版者著作権管理機構 委託出版物＞
本書の無断複製は著作権法上での例外を除き禁じられています。複製される場合は、そのつど事前に、出版者著作権管理機構（電話 03-5244-5088，FAX 03-5244-5089，E-mail info@jcopy.or.jp）の許諾を得てください。