

波動光学の風景

結晶編 (1)

本宮佳典 著

試し読み



Advanced Communication Media
アドコム・メディア株式会社

この電子書籍は、月刊 O plus E 誌の連載チュートリアル記事「波動光学の風景」の、2015 年 10 月号から 2017 年 4 月号までに掲載された分をまとめたものである。本編では異方性のある物質の光学的性質を理解するため、その基礎として結晶学の初歩を概観すると共に、物質の電磁気学的な特性などを考察する。

異方性媒質にかかわる光の振舞いを扱う分野は、結晶光学と呼ばれる。結晶は異方性をもつ物質の代表的なものである。しかし、結晶光学の適用範囲は結晶にとどまらない。液晶や樹脂などの異方性媒質に対しても有効に用いられ、役立てられている。

本編では、結晶光学の初歩として、結晶構造の対称性に基づく分類や結晶学の基本的な概念を紹介する。また、媒質の光学的特性をテンソルで表現して扱う事や、そのために必要な行列計算の基礎を概観する。既刊の媒質編では一様で等方的な媒質の誘電率について紹介した。これに対して本編は、同様の理論の、非等方的な媒質への拡張と位置づけられる。対比して眺めていただくと、類似点や相違点が明らかになり、理解を深めやすいと思う。

結晶学は、結晶鉱物の形態の分類などから始まり、20 世紀には X 線回折技術が発展して、微視的な構造まで詳細に議論されるようになった。固体物理学や材料化学、材料工学などの重要な基礎となっている。さらに近年では、高強度放射光施設の利用も広がり、タンパク質の構造解析等へも応用が広がっている。

このように、結晶学は幅広い分野に共通な基盤である。しかし、関係分野の教科書で、初歩から丁寧に解説したものは必ずしも多くない。そのため、結晶光学

に関心があっても、結晶学を学ぶためには相当の努力が必要と感じている初学者も多い。

本書では、結晶学の初心者にも馴染みやすいように、まずは平面図形の 1 次元と 2 次元の周期構造で、基本的な対称性の概念や、それに基づく分類の考え方などを紹介した。これらの拡張として考えると、3 次元周期構造の分類法や、その合理性を理解しやすい。分類の基礎にある幾何学的知見なども、丁寧に解説することを心がけた。ただし、群論については、初歩的な概念や用語への言及程度に留め、群としての数学的な構造の詳細には踏み込んでいない。また、空間群についても、内容の詳細や個々の具体例には触れてない。

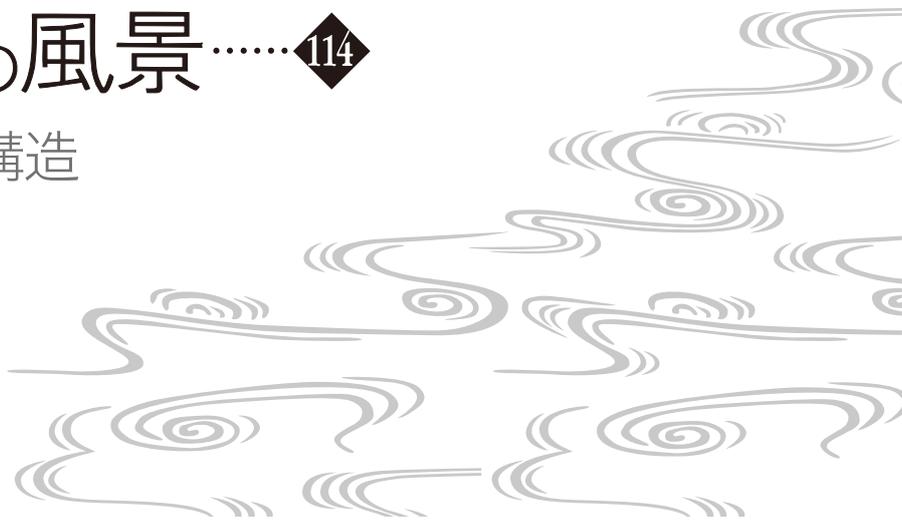
結晶光学は、物理現象としても、数学モデルとしても興味深いばかりでなく、偏光にかかわる技術分野では重要な基礎となっている。また、非線形光学材料などには異方性のあるものが多いほか、応力や電磁場の印加で生ずる異方性を利用する技術もある。電気光学効果などでも、結晶光学の知見が必要となる局面は多い。幅広い分野で結晶光学に関心をもつ読者のお役に立つことができれば、著者として幸いである。

本書の出版にあたっては名前を挙げきれないほど多くの方から助言や励ましをいただき、お世話になった。特に、渋谷真人東京工芸大学名誉教授には貴重な示唆や分かりやすい説明のための多くの助言をいただいた。また、O plus E 編集部の近藤智美さんには、文章やレイアウトに加え、数式や図の見やすさに関わる細部の検討にもご協力いただいた。お世話になった各位に心より感謝申し上げます。最後に、家族の支えと応援にも、厚く感謝の念を書き添えさせていただく。

第 114 回	116.	周期的な構造
第 115 回	117.	結晶系
第 116 回	118.	ブラベー格子
第 117 回	119.	結晶点群
第 118 回	120.	結晶点群とラウエクラス
第 119 回	121.	誘電率テンソルと対称性
第 120 回	122.	螺旋構造による分極と磁化
第 121 回	123.	結晶の構造と誘電率テンソル
第 122 回	124.	誘電率テンソルと光学特性
第 123 回	125.	行列の固有値と対角化

波動光学の風景……◆114

116. 周期的な構造



レンズやプリズムなど、多くの光学素子の材料は等方的なものである。その一方で、材料の光学特性の異方性に目が向けられることもある。偏光状態を操作するために、異方性のある材料で偏光板や波長板などの光学素子が作られる。また、材料に関する知見を得るために、光学的異方性が注目される場合もある。いずれにしても、現象をよく理解するためには、異方性媒質中の光の挙動を波動光学的に理解することが重要な基礎となる。

等方的な媒質（光学活性を持つ物質は当面、除外する）の場合、その光学的な特性は誘電率 $\epsilon(\omega)$ を使って記述することができた（必要なら第 15 章を参照）。これは、光に対する媒質の応答が線形時不変であることと、分極 \mathbf{P} が電場 \mathbf{E} に平行であることの帰結であった。これに対して異方性媒質では、応答が線形時不変でも \mathbf{P} は必ずしも \mathbf{E} に平行とは限らない。そこで、光学特性を 3×3 の行列の形をした誘電率テンソルで記述する。誘電率テンソルが角周波数 ω の関数として与えられれば、微視的な構造や特性についての知識がなくても、電磁場の挙動をマクスウェル方程式で扱うことができる。その意味では、微視的な構造の知識を不要と考えることもできる。しかし等方性媒質の場合と同様に、微視的なイメージを持つ方が、巨視的な現象も理解しやすいであろう。

異方性媒質の代表的なものに結晶がある。結晶は、その構成粒子（原子や分子、イオンなど）が周期的に配列した構造を持つ。この微視的な周期構造が結晶を特徴づけるものである。結晶は独立な 3 方向に周期的な構造を持っている。この周期構造に、鏡映対称性や回転対称性

などの対称性が組み合わさることで、多様な結晶構造が実現される。なお、周期構造のない結晶として「準結晶」が近年注目されるが、本書の範囲外とする。

結晶は 7 種の結晶系、14 種のブラベー格子、32 種の点群、さらに 230 種の空間群に分類される。空間群の詳細には立ち入らないが、基本的な対称性に基づく基本的な分類について、何章かにわたって説明する。結晶光学の背景として重要であると共に、物性物理の基礎でもあり、自然の対称美を味わうための視点の一つにもなると思う。前述の意味では不要な知識とも言えるが、その分だけ気軽に、眺望のよい寄り道のつもりでお付き合いいただければ幸いである。

最初に並進と並進対称性について説明する。物質が多数の微粒子で構成されているとして、すべての粒子の位置をそれぞれの位置 \mathbf{r} から別の位置 $\mathbf{r} + \mathbf{a}$ に移動することを \mathbf{a} なる並進操作と呼ぶ。この操作によって物質中の粒子の配置が移動前と同じになるとき、その物質は \mathbf{a} なる並進に対する並進対称性を持つという。移動前と同じであるから、さらに \mathbf{a} なる並進をしても粒子の配置は同じである。同様に、何回繰り返して並進しても同じであり、逆向きに並進しても同じである。すなわち、周期構造を有することになる。

次に並進とその他の対称性の組み合わせについて見ていきたいが、いきなり 3 次元を考えるのは難しいので、本章では平面模様における 1 次元と 2 次元の繰り返し模様を紹介し、次章以降で 3 次元の結晶系について考える。

1次元の繰り返し模様

まずは1次元の繰り返し模様であるが、これには全部で7種類のパターンがある¹⁾。記述の便利のため、ここではこの繰り返しの周期の向きにx軸をとる。

パターン1: 最も単純な例として、並進対称性のみをもつパターンの例を図116-1に示す。基本的な図形の組み合わせで対称性を表現すると分かりやすいので、非対称な図形「P」を用いて表した。並進対称性を特徴づけるベクトル \mathbf{a} は格子ベクトル (格子並進ベクトル) と呼ばれる。図中の \mathbf{a} は格子ベクトルの中で最小のものであり、基本格子ベクトルと呼ばれる。すべての格子ベクトルは、基本格子ベクトルを使って、

$$\mathbf{R} = n\mathbf{a} \quad (116-1)$$

(n は整数) と表される。基本格子ベクトル \mathbf{a} の大きさ $a = |\mathbf{a}|$ が基本周期である。

パターン2: 対称要素として、2回回転軸を持つ場合を考える (図116-2)。ある軸のまわりに $360/n$ 度だけ回転してもパターンが不変であるとき、その軸を n 回回転軸という。細長いラグビーボールのような形の黒塗りの記号で2回回転軸を表す²⁾。並進と2回回転軸の対称性が両方あるとき、2回回転軸と基本格子ベクトルによ

るその移動先との中点にも2回回転軸が生ずる。これは、任意の点 A に対して、2回回転軸 2_1 により移動する点を A' 、並進で移動する位置を A'' とすると、 A' と A'' は、 2_1 とは異なる回転軸 2_2 に対して回転対称な位置になるからである。回転軸 2_1 と 2_2 の間隔は $d = a/2$ となる。逆に距離 d を隔てた2つの2回回転軸があると、軸を結ぶ方向に周期 $a = 2d$ の並進対称性が生成される。

パターン3: 対称要素として、 x 軸に垂直な鏡映面を持つ場合を考える (図116-3)。鏡映面 (平面図形では鏡映線とも呼ばれる) は太い線分で表す²⁾。このとき、周期の半分の間隔で、鏡映面が周期的に生成される。これは、任意の点 A に対して、鏡映面 m_1 による鏡映で移動する点を A' とし、並進で移動する位置を A'' とすると、 A' と A'' は (m_1 とは異なる) 鏡映面 m_2 に対して鏡映対称な位置になるからである。図から分かるように、両鏡映面の間隔は $d = a/2$ となる。逆に平行で距離 d を隔てた2枚の鏡映面があると、鏡映面に垂直な方向に周期 $a = 2d$ の並進対称性が生成される。

パターン4: 対称要素として、 x 軸に垂直な鏡映面 m と2回回転軸 2 が距離 d だけ離れて存在する場合を考える (図116-4)。鏡映面 m が回転軸 2 で移動する位置に鏡映面 m' が生じ、鏡映面の間隔は $2d$ となる。また、

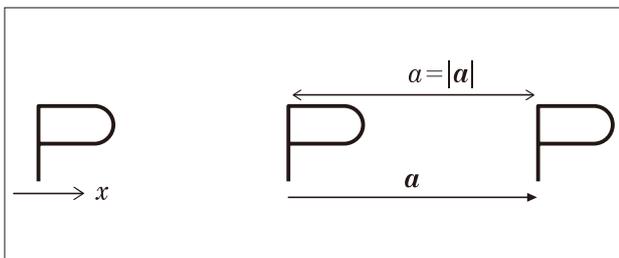


図116-1 並進対称性のみパターン (a のみ)

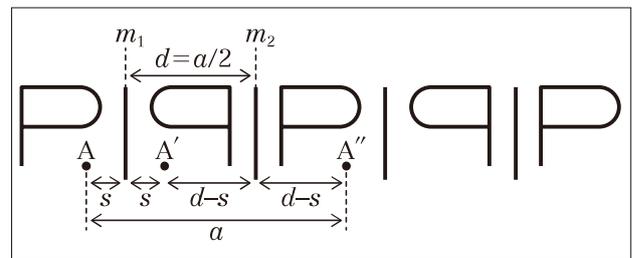


図116-3 周期方向と垂直な鏡映面があるパターン (m_1 と m_2)

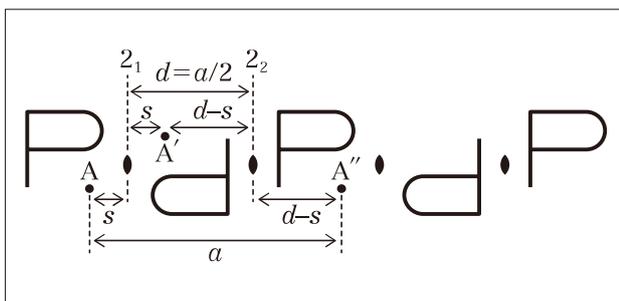


図116-2 2回回転軸があるパターン (2_1 と 2_2)

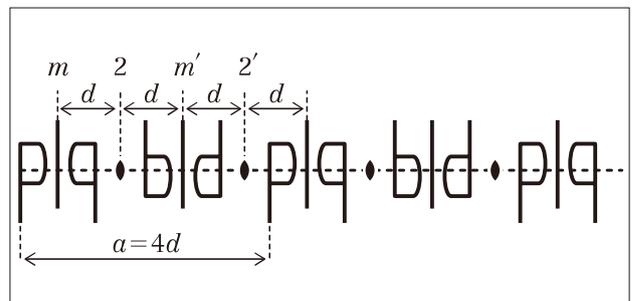


図116-4 鏡映面と2回回転軸があるパターン (m と 2)

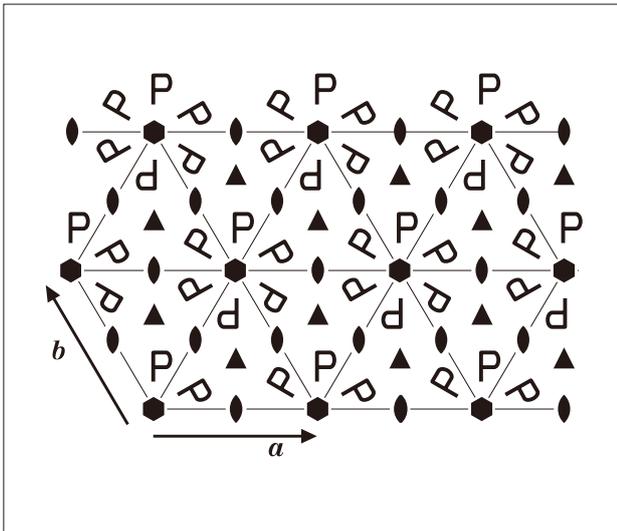


図 116-29 2つの6回回転軸から生ずるパターン (p6)

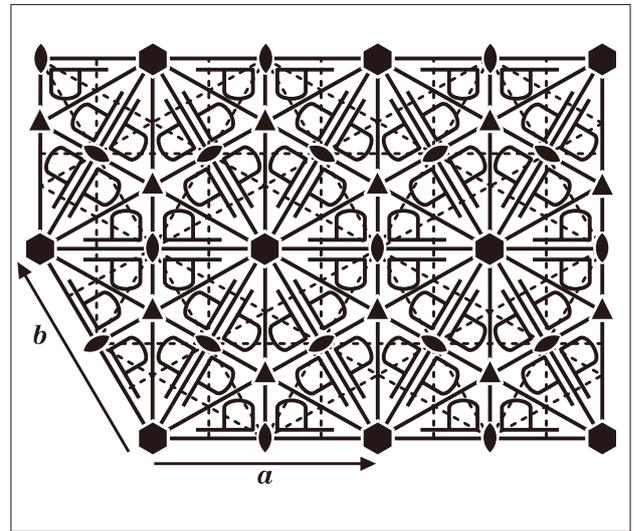


図 116-30 6回回転軸と鏡映面から生ずるパターン (p6mm)

表 116-1 単位胞の4種の形と5種の分類

条件	式	パターン記号
$a \neq b, \gamma \neq 90^\circ$	(116-3)	$p1, p2$
$a \neq b, \gamma = 90^\circ$	(116-4)	[基本単位胞]: $pm, pg, p2mm, p2mg, p2gg$ [非基本単位胞]: $cm, c2mm$
$a = b, \gamma = 90^\circ$	(116-5)	$p4, p4mm, p4gm$
$a = b, \gamma = 120^\circ$	(116-6)	$p3, p3m1, p31m, p6, p6mm$

パターン 17: 最後に6回回転軸と鏡映面を持つパターンを考える。6回回転軸と、それが鏡映操作で移動した先の6回回転軸を考えると、それぞれの軸の周りの60度の回転操作により、次々に鏡映面と6回回転軸が生成される。また、3つの6回回転軸を頂点に持つ正三角形の中心に3回回転軸が生じる。また、鏡映面が直交する交点には2回回転軸が生成される。この場合のパターンの例を図116-30に示す。このパターンの単位胞も、式(116-6)が成り立つようにとる。

以上、平面パターンで1次元の繰り返しパターン7種と2次元の繰り返しパターン17種を紹介した。これらは2次元パターンという意味では結晶光学と直接的な関係は薄いですが、3次元の結晶を分類する際の基礎となる考え方が幾つも含まれているので、3次元に取り組む前に見ておくと思参考になると思う。単位胞の形状に対する

関係式(116-3)~(116-6)と、それに属するパターンの対応を表116-1にまとめる。式(116-4)で単位胞が長方形となるパターンには、その長方形が基本単位胞の場合と、非基本単位胞の場合がある。形状(条件による分類)は4種だが、これらを区別して5つに分類すると、3次元に拡張したときにブラベー格子に対応する。

(余談)日本の伝統的な繰り返し模様³⁾には、「麻の葉」、「青海波」、「紗綾形」、「七宝」、「網代」、「籠目」、「亀甲」、「毘沙門亀甲」など色々あるが、ここで紹介した分類の好例になる。目立つ特徴点に注目すると、格子ベクトルや単位胞を見極めやすい。また、回転軸や鏡映面を見出すことができれば、分類先の候補を絞込みやすい。洗練された繰り返し模様を見ていると、粋で豊かな文化の眺めが感じられるようである。

波動光学の風景……◆

2, 3, 4, 6 のいずれかに限られる。対称性がない場合や反転対称性しかない場合はそれぞれ 1 回回転軸, 1 回反転軸があると見なすことができる。また, $2 \leq n$ の n 回回転軸または n 回反転軸がある場合は, 回転軸に垂直な格子面内の回転操作で格子が不変となるための条件として導くことができる。前章の補足 1 で既に説明したが, 以下では, 別の証明を紹介する。

格子ベクトル $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$ を考えると, 任意の格子点の位置ベクトルは整数 l, m, n を用いて,

$$\mathbf{r} = l\mathbf{a} + m\mathbf{b} + n\mathbf{c} \quad (117-14)$$

と書ける。ここで, 回転軸を z 軸として xyz 直交座標系を考え, 格子点の座標を x, y, z 成分で表すと,

$$\mathbf{r} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = l \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{pmatrix} + m \begin{pmatrix} b_x \\ b_y \\ b_z \end{pmatrix} + n \begin{pmatrix} c_x \\ c_y \\ c_z \end{pmatrix} = \mathbf{T} \begin{pmatrix} l \\ m \\ n \end{pmatrix} \quad (117-15)$$

と表すことができる。ただし, $a_\beta, b_\beta, c_\beta$ ($\beta = x, y, z$) はそれぞれ $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$ の β 方向成分であるとし, 変換行列 \mathbf{T} は

$$\mathbf{T} = \begin{pmatrix} a_x & b_x & c_x \\ a_y & b_y & c_y \\ a_z & b_z & c_z \end{pmatrix} \quad (117-16)$$

で定義した。ベクトル $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$ が線形独立であるから, 行列 \mathbf{T} は正則行列である。

回転軸 (z 軸) のまわりに角 θ だけ回転すると, 式 (117-14) の格子点は,

$$\mathbf{r}' = \mathbf{R}\mathbf{r} \quad (117-17)$$

なる位置ベクトルの点に移動する。ただし, \mathbf{R} は

$$\mathbf{R} = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (117-18)$$

で表される。

したがって, 式 (117-17) の点 \mathbf{r}' が格子点であるとすれば, \mathbf{r}' は式 (117-15) と同様にして, 整数 l', m', n' を用いて

$$\mathbf{r}' = \mathbf{T} \begin{pmatrix} l' \\ m' \\ n' \end{pmatrix} \quad (117-19)$$

と表すことができる。式 (117-17) に式 (117-19),

(117-15) を代入すると,

$$\mathbf{T} \begin{pmatrix} l' \\ m' \\ n' \end{pmatrix} = \mathbf{R}\mathbf{T} \begin{pmatrix} l \\ m \\ n \end{pmatrix} \quad (117-20)$$

となる。両辺に左から \mathbf{T}^{-1} を乗じれば,

$$\begin{pmatrix} l' \\ m' \\ n' \end{pmatrix} = \mathbf{T}^{-1}\mathbf{R}\mathbf{T} \begin{pmatrix} l \\ m \\ n \end{pmatrix} = \mathbf{A} \begin{pmatrix} l \\ m \\ n \end{pmatrix} \quad (117-21)$$

となる。ただし,

$$\mathbf{A} = \mathbf{T}^{-1}\mathbf{R}\mathbf{T} \quad (117-22)$$

と置いた。

任意の格子点が, 回転後もやはり格子点であるためには, 任意の整数の組 l, m, n に対して l', m', n' のすべてが整数にならなければならない。したがって, 行列 \mathbf{A} の要素は全て整数でなければならない。したがって, 行列 \mathbf{A} の対角和 (対角成分の和) も整数であることが必要条件となる。

行列の積の対角和は積の順序を入れ換えても不変である。これは,

$$\begin{aligned} \text{Tr}(\mathbf{PQ}) &= \sum_{i=1}^N (\mathbf{PQ})_{ii} = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N P_{ij}Q_{ji} = \sum_{j=1}^N \sum_{i=1}^N Q_{ji}P_{ij} \\ &= \sum_{j=1}^N (\mathbf{QP})_{jj} = \text{Tr}(\mathbf{QP}) \end{aligned} \quad (117-23)$$

から一般的に成り立つ (Tr は行列の対角成分の和を表す)。これを使うと,

$$\begin{aligned} \text{Tr}(\mathbf{A}) &= \text{Tr}(\overbrace{\mathbf{T}^{-1}\mathbf{R}\mathbf{T}}) = \text{Tr}(\mathbf{T}\mathbf{T}^{-1}\mathbf{R}) = \text{Tr}(\mathbf{R}) \\ &= 2 \cos \theta + 1 = 2 \cos \left(\frac{2\pi}{n} \right) + 1 \end{aligned} \quad (117-24)$$

となる。この値が整数となるような正の整数 n は, 1, 2, 3, 4, 6 以外にないことが分かる。

(補足 3)

図 117-13 (a) の立方体 ABCD EFGH の中心 O から A と C へそれぞれ向かう直線は, いずれも 3 回回転軸である。これらの間の角度 θ を求めるため, 長方形 CAA'C' を抜き出した図が (b) である。

立方体の一辺の長さを 2 とし, 立方体の中心を原点として稜に平行に x, y, z 軸をとると, 点 A の座標は $(-1, -1, 1)$, 点 C の座標は $(1, 1, 1)$ となる。このとき,

$$\mathbf{a} = \mathbf{t}_1 - \mathbf{t}_0 \quad (118-3)$$

$$\mathbf{b} = \mathbf{t}_3 - \mathbf{t}_0 \quad (118-4)$$

$$\mathbf{c} = \mathbf{t}_0 \quad (118-5)$$

をとれば、単位胞が得られる。この単位胞の体積が最も小さくなるように \mathbf{t}_1 を選ぶと、**図 118-8** のように基本単位胞になり、センタリングにより新たなブラベー格子は生じない。この形の格子は、六方格子 (hexagonal lattice) と呼ばれる。

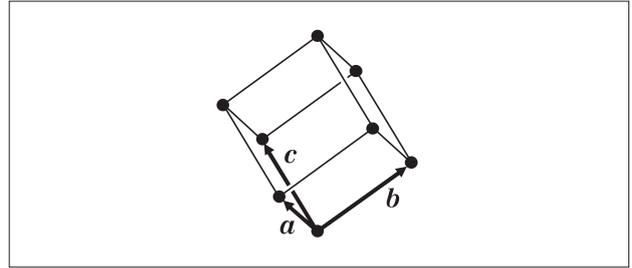


図 118-9 菱面体晶系の単純格子 (hP)

三方晶系

三方晶系の結晶は 3 または $\bar{3}$ (3 回回転軸または 3 回反転軸) を持つ。その軸に平行でも垂直でもない格子ベクトル \mathbf{t}_1 に対して、角度 $\theta = 2\pi/3$ の回転操作を次々に施して得られるベクトル $\mathbf{t}_1, \mathbf{t}_2, \mathbf{t}_3$ はいずれも格子ベクトルである。これらの格子ベクトルを $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$ とすれば、菱面体の条件 ($|\mathbf{a}| = |\mathbf{b}| = |\mathbf{c}|, \alpha = \beta = \gamma$) が成り立つ。菱面体格子 (rhombohedral lattice) の単位胞の体積が最小となるように \mathbf{t}_1 を選んだとき、単位胞あたりの格子点が 1 つであれば基本単位胞である (**図 118-9**)。

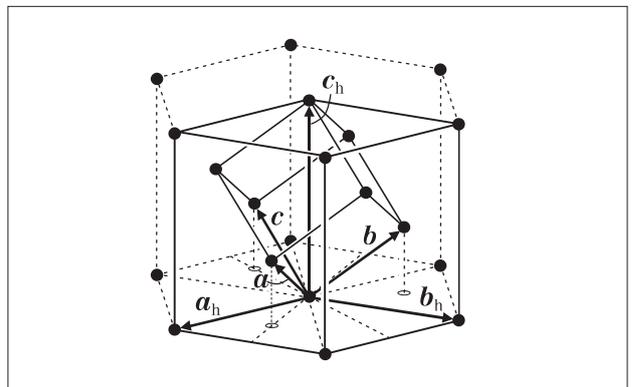


図 118-10 菱面体格子と六方格子の関係 (hP)

一方、三方晶系の結晶に対しては、回転軸または反転軸に垂直な格子ベクトルと、平行な格子ベクトルを使って、六方格子を考えることも可能である。その六方格子の稜に当たる格子ベクトル $\mathbf{a}_h, \mathbf{b}_h, \mathbf{c}_h$ を **図 118-10** に示した。また、その格子を上方と正面から見た図を **図 118-11** に示した。図中に示した $1/3, 2/3$ は、それぞれ高さが $|\mathbf{c}_h|$ の $1/3, 2/3$ の位置にあることを示す。六方格子の単位胞である平行六面体を基準として見れば、その内部に 2 つの格子点をセンタリングとして導入したものが菱面体を形作る。

各格子ベクトルの関係は、

$$\mathbf{a}_h = \mathbf{a} - \mathbf{b} \quad (118-6)$$

$$\mathbf{b}_h = \mathbf{b} - \mathbf{c} \quad (118-7)$$

$$\mathbf{c}_h = \mathbf{a} + \mathbf{b} + \mathbf{c} \quad (118-8)$$

$$\mathbf{a} = (2\mathbf{a}_h + \mathbf{b}_h + \mathbf{c}_h)/3 \quad (118-9)$$

$$\mathbf{b} = (-\mathbf{a}_h + \mathbf{b}_h + \mathbf{c}_h)/3 \quad (118-10)$$

$$\mathbf{c} = (-\mathbf{a}_h - 2\mathbf{b}_h + \mathbf{c}_h)/3 \quad (118-11)$$

となる。

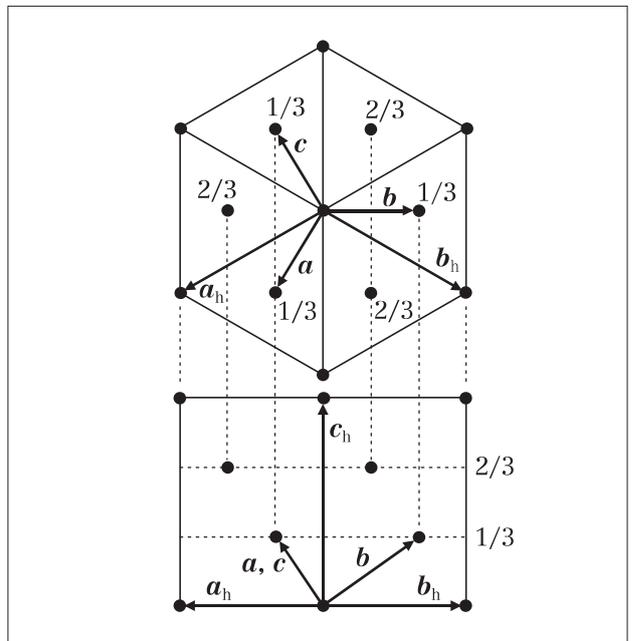


図 118-11 六方格子に対するセンタリングと菱面体

に対する作用を考える。このとき、電磁場はこの成分によって変調を受け、

$$\mathbf{k}_{\text{out}} = \mathbf{k}_{\text{in}} + \mathbf{K} \quad (120-9)$$

なる波数ベクトルの成分が生じる。この成分が、媒質中を伝搬できるための条件

$$\mathbf{k}_{\text{out}} \cdot \mathbf{k}_{\text{out}} = \mathbf{k}_{\text{in}} \cdot \mathbf{k}_{\text{in}} \quad (120-10)$$

を満たせば、波数ベクトル \mathbf{k}_{out} の平面波が回折波として射出される。

式(120-9)を式(120-10)に代入して整理すれば、

$$\begin{aligned} (\mathbf{k}_{\text{in}} + \mathbf{K}) \cdot (\mathbf{k}_{\text{in}} + \mathbf{K}) &= \mathbf{k}_{\text{in}} \cdot \mathbf{k}_{\text{in}} \\ \Rightarrow (2\mathbf{k}_{\text{in}} + \mathbf{K}) \cdot \mathbf{K} &= 0 \end{aligned} \quad (120-11)$$

となる。図 120-2 にベクトルの関係を模式的に示す。

式(120-11)を変形すると、

$$\begin{aligned} \left(2 \frac{2\pi}{\lambda} \mathbf{e}_{\text{in}} + \frac{2\pi}{d} \mathbf{n} \right) \cdot \left(\frac{2\pi}{d} \mathbf{n} \right) &= 0 \\ \Rightarrow 2 \frac{1}{\lambda} \mathbf{e}_{\text{in}} \cdot \mathbf{n} + \frac{1}{d} &= 0 \Rightarrow 2d \sin \varphi = \lambda \end{aligned} \quad (120-12)$$

となり、ブラッグ条件が得られる。ただし、 φ は入射角の余角であり、ベクトル \mathbf{e}_{in} と \mathbf{n} の成す角は、 $\theta = \varphi + \pi/2$ で与えられる。光の進行方向の変化は 2φ となる (X 線回折では、いわゆる入射角より φ がよく使われる)。

このように、関数 $\varepsilon'(x, y, z)$ に式(120-7)の位相因子を持つ成分が含まれ、さらに式(120-12)のブラッグ条件

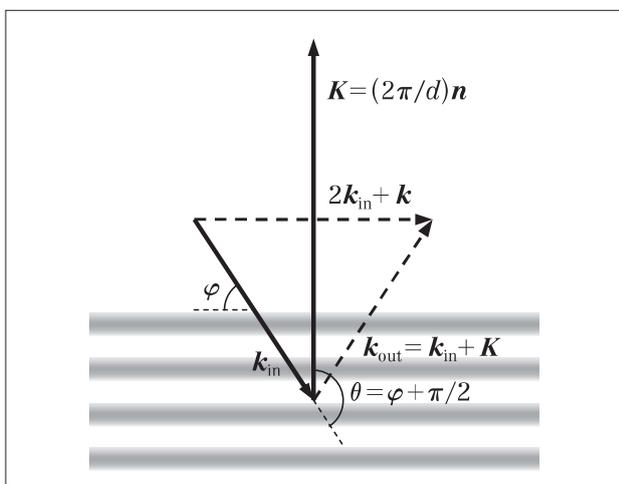


図 120-2 周期的な屈折率変化による回折

が満たされるとき、 \mathbf{K} で決まる等位相面によって正反射する方向に回折光が生じる。

X 線回折の実験にはさまざまな手法があるが、ここでは代表的な 2 つの手法として、ラウエ (Laue) カメラとデバイ・シェラー (Debye-Scherrer) カメラを紹介する。ラウエカメラでは単結晶の試料と広帯域の X 線が用いられ、デバイ・シェラーカメラでは粉末の試料と単色の X 線が用いられる。

まず、ラウエカメラの原理を図 120-3 に模式的に示す。試料の単結晶中に細くコリメートされた広帯域の X 線照射する。このとき、試料の結晶構造に由来して式(120-7)に示す空間周波数成分があると、対応する格子面で正反射した回折光により、感光フィルム上に輝点が記録される。そのためには、格子面の間隔 d と回折角 φ から式(120-12)で決まる波長 λ の X 線が照射されている必要がある。しかし、広帯域の X 線の中には多くの波長成分が存在しているため、式(120-12)は強い制約にならない。フィルム上に記録される多くの斑点の位置から、それぞれに対応する格子面の向きが分かる。これが結晶構造を特定するための情報となる。

次に、デバイ・シェラーカメラの原理を図 120-4 に模

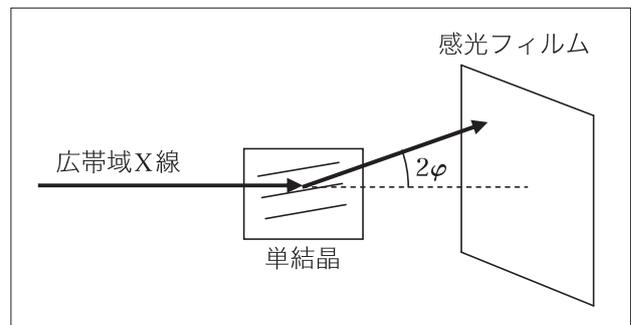


図 120-3 ラウエカメラの原理

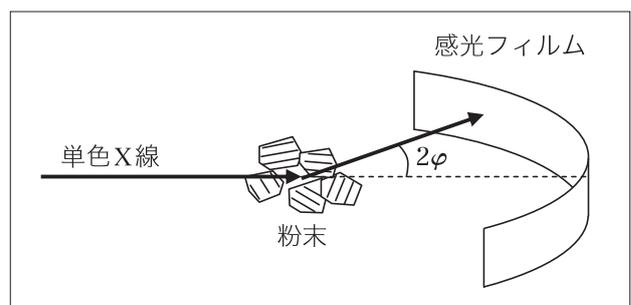


図 120-4 デバイ・シェラーカメラの原理

波動光学の風景

と表すことにする。このとき、座標変換によるベクトル成分の変化は

$$\mathbf{E}' = T^{-1}\mathbf{E} = {}^tTE \quad (121-45)$$

$$\mathbf{P}' = T^{-1}\mathbf{P} = {}^tTP \quad (121-46)$$

で表される (補足 1)。ただし、 T は座標変換を表す行列で、

$$T = \begin{pmatrix} T_{xx} & T_{xy} & T_{xz} \\ T_{yx} & T_{yy} & T_{yz} \\ T_{zx} & T_{zy} & T_{zz} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{e}'_x \cdot \mathbf{e}_x & \mathbf{e}'_y \cdot \mathbf{e}_x & \mathbf{e}'_z \cdot \mathbf{e}_x \\ \mathbf{e}'_x \cdot \mathbf{e}_y & \mathbf{e}'_y \cdot \mathbf{e}_y & \mathbf{e}'_z \cdot \mathbf{e}_y \\ \mathbf{e}'_x \cdot \mathbf{e}_z & \mathbf{e}'_y \cdot \mathbf{e}_z & \mathbf{e}'_z \cdot \mathbf{e}_z \end{pmatrix} \quad (121-47)$$

で与えられる。また、 tT は T の転置行列 (行と列を入れ換えた行列)、 T^{-1} は T の逆行列とする。

式 (121-41) に対応して \mathbf{E}' と \mathbf{P}' の関係が

$$\mathbf{P}' = \boldsymbol{\chi}' \mathbf{E}' \quad (121-48)$$

$$\boldsymbol{\chi}' = \begin{pmatrix} \chi'_{xx} & \chi'_{xy} & \chi'_{xz} \\ \chi'_{yx} & \chi'_{yy} & \chi'_{yz} \\ \chi'_{zx} & \chi'_{zy} & \chi'_{zz} \end{pmatrix} \quad (121-49)$$

で表されるものとする、 $\boldsymbol{\chi}'$ は $\boldsymbol{\chi}$ と T によって決まり、

$$\boldsymbol{\chi}' = T^{-1}\boldsymbol{\chi}T \quad (121-50)$$

で与えられる (補足 2)。式 (121-50) がテンソル $\boldsymbol{\chi}$ の変換則を与える式である。

結晶が、ある座標変換に対して不変であるとする、結晶のあらゆる属性がどちらの座標系で記述しても同じになることを意味する。そのような状況では、任意の \mathbf{E} とそれに対する応答 \mathbf{P} の関係を記述するテンソル $\boldsymbol{\chi}$ も、どちらの座標系でも同じ行列で表される。すなわち、 $\boldsymbol{\chi}' = \boldsymbol{\chi}$ が成り立つ。したがって、式 (121-50) により、

$$\boldsymbol{\chi} = T^{-1}\boldsymbol{\chi}T \quad (\text{あるいは } T\boldsymbol{\chi} = \boldsymbol{\chi}T) \quad (121-51)$$

が成り立つ。

例として z 軸が n 回回転軸になっている結晶を考える。

図 121-2 に示すように、座標系を z 軸のまわりに角度 θ だけ回す座標変換を考える。このとき、図から

$$\begin{cases} \mathbf{e}'_x \cdot \mathbf{e}_x = \mathbf{e}'_y \cdot \mathbf{e}_y = \cos \theta, \mathbf{e}'_z \cdot \mathbf{e}_z = 1 \\ \mathbf{e}'_x \cdot \mathbf{e}_y = -\mathbf{e}'_y \cdot \mathbf{e}_x = \sin \theta \\ \mathbf{e}'_z \cdot \mathbf{e}_x = \mathbf{e}'_z \cdot \mathbf{e}_y = \mathbf{e}'_x \cdot \mathbf{e}_z = \mathbf{e}'_y \cdot \mathbf{e}_z = 0 \end{cases} \quad (121-52)$$

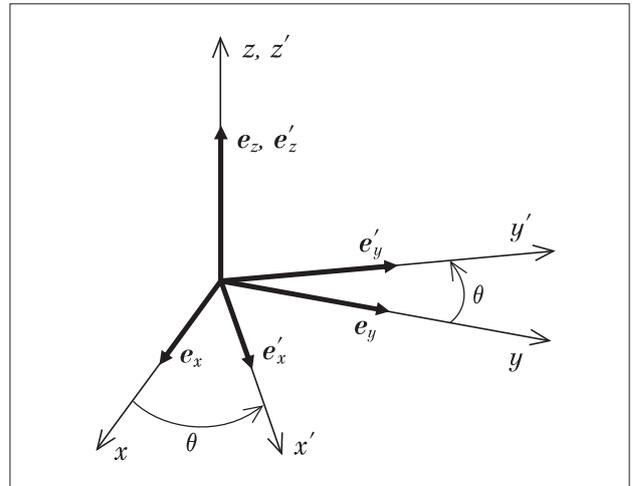


図 121-2 回転による座標変換

であることが分かる。これらを式 (121-47) に代入すると、

$$T = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (121-53)$$

となる。行列 T の逆行列 T^{-1} は T の転置行列で与えられる。

このときに、式 (121-51) の条件 ($T\boldsymbol{\chi} = \boldsymbol{\chi}T$) を求めると、

$$\begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \chi_{xx} & \chi_{xy} & \chi_{xz} \\ \chi_{yx} & \chi_{yy} & \chi_{yz} \\ \chi_{zx} & \chi_{zy} & \chi_{zz} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \chi_{xx} & \chi_{xy} & \chi_{xz} \\ \chi_{yx} & \chi_{yy} & \chi_{yz} \\ \chi_{zx} & \chi_{zy} & \chi_{zz} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (121-54)$$

となる。両辺を成分ごとに比較すると、 $\boldsymbol{\chi}$ に対する制約条件が得られる (補足 3)。

その制約条件によって、回転軸が 3, 4, 6 回回転軸 ($\theta = 120^\circ, 90^\circ, 60^\circ$) の場合、 $\chi_{xx} = \chi_{yy}$, $\chi_{xy} = -\chi_{yx}$, $\chi_{xz} = \chi_{yz} = \chi_{zx} = \chi_{zy} = 0$ となる。すなわち、適当な複素数 χ_1, χ_2, χ_3 を用いて

$$\begin{pmatrix} \chi_{xx} & \chi_{xy} & \chi_{xz} \\ \chi_{yx} & \chi_{yy} & \chi_{yz} \\ \chi_{zx} & \chi_{zy} & \chi_{zz} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \chi_1 & -\chi_2 & 0 \\ \chi_2 & \chi_1 & 0 \\ 0 & 0 & \chi_3 \end{pmatrix} \quad (121-55)$$

$$\mathbf{n} ds = \begin{pmatrix} \sin \theta \cos \phi \\ \sin \theta \sin \phi \\ \cos \theta \end{pmatrix} a^2 \sin \theta d\theta d\phi \quad (122-22)$$

となる。これと式(122-20), (122-21) から

$$\begin{aligned} \sigma ds &= -Np_0 \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \sin \theta \cos \phi \\ \sin \theta \sin \phi \\ \cos \theta \end{pmatrix} a^2 \sin \theta d\theta d\phi \\ &= -Np_0 \cos \theta a^2 \sin \theta d\theta d\phi \end{aligned} \quad (122-23)$$

となる。この電荷密度によって原点に生じる電場は、電荷分布の軸対称性から分かるように、 z 成分しか持たない。その大きさはクーロンの法則で決まることから、

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_s &= \int_{\text{球面}} \frac{\overset{z\text{成分}}{(-\cos \theta)}}{4\pi\epsilon_0} \frac{\overset{\text{クーロン力}}{1}}{a^2} \sigma ds \mathbf{e}_z \\ &= \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \frac{\cos \theta}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{a^2} Np_0 \cos \theta a^2 \sin \theta d\theta d\phi \mathbf{e}_z \\ &= \frac{2\pi Np_0}{4\pi\epsilon_0} \int_0^\pi \cos^2 \theta \sin \theta d\theta \mathbf{e}_z \\ &= \frac{Np_0}{2\epsilon_0} \int_{-1}^1 u^2 du \mathbf{e}_z = \frac{Np_0}{2\epsilon_0} \frac{2}{3} \mathbf{e}_z = \frac{Np_0}{3\epsilon_0} \end{aligned} \quad (122-24)$$

となる (途中, $\cos \theta = u$ とおいた)。

したがって、粒子が感じる電場 \mathbf{E}' は

$$\mathbf{E}' = \mathbf{E} + \mathbf{E}_s = \mathbf{E} + \frac{Np_0}{3\epsilon_0} = \mathbf{E} + \frac{\mathbf{P}}{3\epsilon_0} \quad (122-25)$$

となる (第 17 章ではこれと $\mathbf{p}_0 = \alpha \mathbf{E}'$ からクラウジウス・モソッティの式を導いた)。

次に、物質粒子の近傍の粒子が、注目する粒子の位置に作る磁場を同様のモデルで求める。磁化 \mathbf{M} には、(1) 閉曲線に沿う \mathbf{M} の線積分が閉曲線内部を正の向きに通る磁化電流を与える、(2) 体積あたりの磁気モーメント、(3) 構成粒子の磁気モーメントと数密度の積などの意味がある。これらのうち、(1) を数式で表すと、

$$\int_C \mathbf{M} \cdot d\mathbf{l} = \iint_{C\text{内}} \mathbf{i}_m \cdot d\mathbf{s} \quad (122-26)$$

となり、さらに左辺にストークスの定理を適用して微分形で表すと

$$\mathbf{i}_m = \text{rot } \mathbf{M} \quad (122-27)$$

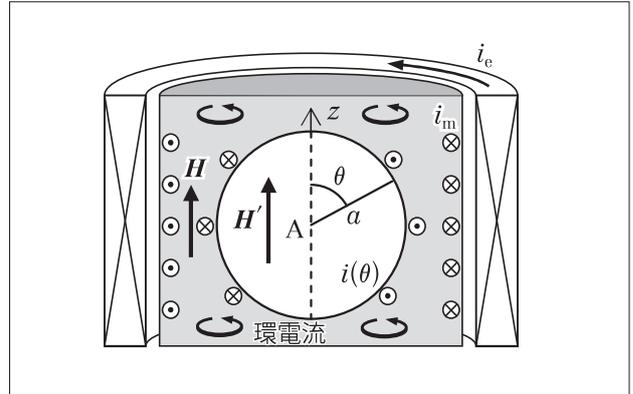


図 122-3 近傍の磁場のモデル

となる (補足 1)。特に磁化 \mathbf{M} が一様な領域の内部では磁化電流 \mathbf{i}_m は 0 であり、磁場の形成に寄与しないことが分かる。また、前記(3)の意味を数式で表すと

$$\mathbf{M} = N\mathbf{m}_0 = Nm_0 \mathbf{e}_z \quad (122-28)$$

となり、分極に関する式(122-20)に対応する。

点 A にある粒子が感じる磁場 \mathbf{H}' を求めるためには、(先に電場 \mathbf{E}' を求めたときと同様に、) 点 A の粒子を (周囲の磁化電流分布を凍結したまま) 取り除いて考える必要がある。そこで、その際にできる空洞が、図 122-3 に示すような半径 a の球状であると考えられる。このとき、点 A の磁場 \mathbf{H}' には、遠方のコイルに流れる電流 i_e が作る磁場 \mathbf{H} や遠方の磁化電流 \mathbf{i}_m が作る磁場 \mathbf{H}_m と共に、球状の空洞表面に生じた磁化電流 \mathbf{i} による磁場 \mathbf{H}_s が加わり、

$$\mathbf{H}' = \mathbf{H} + \mathbf{H}_m + \mathbf{H}_s \quad (122-29)$$

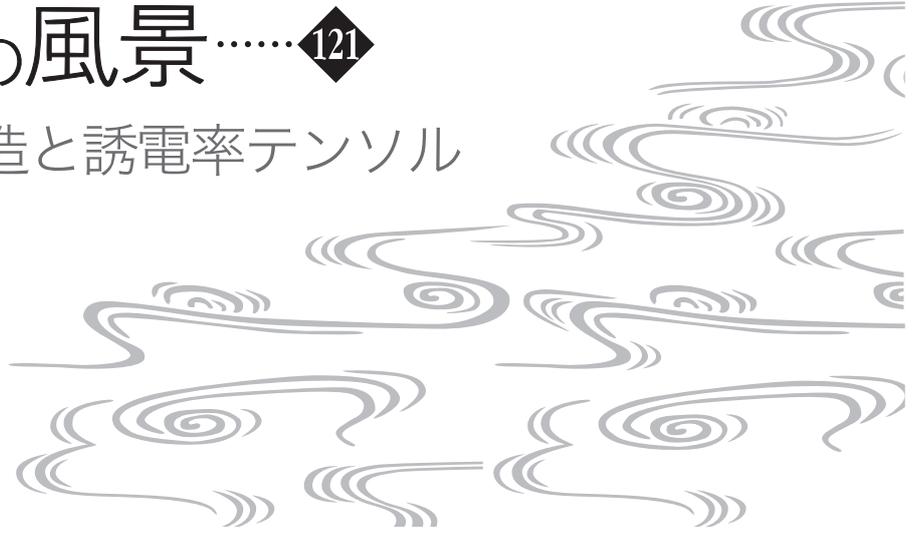
となる。ここで、(当然と思ってよいことではあるが) \mathbf{H}_m は \mathbf{M} に等しく、 $\mathbf{H} + \mathbf{H}_m (= \mathbf{H} + \mathbf{M})$ は空洞がないときの媒質内の磁場 \mathbf{B}/μ_0 を見積もっていることに相当する (補足 2)。

次に \mathbf{H}_s を求める。そのために、まず球状の空洞表面に現れる表面電流を求め、次にその電流によって点 A に生成される磁場を求める。

図 122-4 のループ C のように、空洞界面のすぐ内側と外側を通る細いループ DEFG に沿って式(122-26) 左辺の積分を求めると、

波動光学の風景……◆121

123. 結晶の構造と誘電率テンソル



結晶の対称性と誘電率テンソル

マクロに見て一様と見なせる物質の光学特性は、「電場 E と磁場 H 」に対して「分極 P と磁化 M 」がどう決まるかによって記述される。その応答が線形時不変の場合、周波数解析が特に有効である。さらに光の周波数で振動する磁化 M を無視できて（多くの物質で無視できる）、しかも、分極 P が E のみで決まる（ H 依存性が無い、または無視できる）とき、物質のマクロな光学特性は、電気感受率テンソル χ だけで、あるいは、誘電率テンソル $\epsilon = \epsilon_0 I + \chi$ だけで特徴づけられる（ I は単位行列を表す）。

以下では、こうした単純化のできる物質について考える。それでも、 χ を介して材料の異方性が考慮されるため、等方性媒質にはない光学現象が現れる。なお、時間発展を表す位相因子は $\exp(-i\omega t)$ とする。

上記の単純化によって、

$$P = \chi E \quad (123-1)$$

$$M = 0 \quad (123-2)$$

が成り立つとする。このとき、 B と H の関係、および D と E の関係は、それぞれ

$$H = \frac{1}{\mu_0} B - M = \frac{1}{\mu_0} B \quad (123-3)$$

$$D = \epsilon_0 E + P = (\epsilon_0 I + \chi) E = \epsilon E \quad (123-4)$$

で与えられる。

以下では、原点を共有する x, y, z 直交座標と x', y', z' 直交座標の間の座標変換を考える。そのために、 x, y, z 方向の単位ベクトル e_x, e_y, e_z と x', y', z' 方向の単位ベクトル e'_x, e'_y, e'_z を考える。

電場や分極の各座標軸方向の成分 $E_\alpha, P_\alpha, E'_\alpha, P'_\alpha$ ($\alpha = x, y, z$) は、

$$E = E_x e_x + E_y e_y + E_z e_z = E'_x e'_x + E'_y e'_y + E'_z e'_z \quad (123-5)$$

$$P = P_x e_x + P_y e_y + P_z e_z = P'_x e'_x + P'_y e'_y + P'_z e'_z \quad (123-6)$$

で定義される。成分の値に注目するため、電場、分極の x, y, z 座標成分による列ベクトルでの表現を E, P と書き、電気感受率テンソルの行列表示を χ と書くと

$$E = \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{pmatrix} \quad (123-7)$$

$$P = \begin{pmatrix} P_x \\ P_y \\ P_z \end{pmatrix} = \chi E = \begin{pmatrix} \chi_{xx} & \chi_{xy} & \chi_{xz} \\ \chi_{yx} & \chi_{yy} & \chi_{yz} \\ \chi_{zx} & \chi_{zy} & \chi_{zz} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{pmatrix} \quad (123-8)$$

となる。また、電場、分極の x', y', z' 座標による列ベクトル表現を E', P' と書き、電気感受率テンソルの行列表示を χ' と書くと、

の α, β に対して $\chi'_{\beta\alpha} = \chi'_{\alpha\beta}$ となることから分かる。同様に、もし χ が交代行列（行列の $\alpha\beta$ 成分と $\beta\alpha$ 成分の和が 0 である行列、反対称行列ともいう）ならば、変換後の行列 χ' も交代行列になる。これも式 (123-23), (123-24) から、任意の δ, γ に対して $\chi_{\delta\gamma} = -\chi_{\gamma\delta}$ であれば、任意の α, β に対して $\chi'_{\beta\alpha} = -\chi'_{\alpha\beta}$ となることから分かる。

すでに第 121 章で見たように、もし考えている物質が直方晶系（斜方晶系）に属する結晶のとき、結晶軸方向に x, y, z 軸をとれば、電気感受率テンソルを表す行列 χ は対角行列

$$\chi = \begin{pmatrix} \chi_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & \chi_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \chi_{zz} \end{pmatrix} \quad (123-25)$$

となる [第 121 章, 式 (121-58) 参照]。対角行列は対称行列であるから、どのような向きに座標軸をとっても、 χ' は対称行列となる。

直方晶系に限らず、 z 軸が 2, 3, 4, 6 回の回転軸（または回反軸）で、 z 軸に垂直な 2 回回転軸（または回反軸）があれば、 χ は対角行列になる（第 121 章参照）。このような結晶は、結晶点群 32 種のうち、19 種（直方晶系の D_2, C_{2v}, D_{2h} , 立方晶系の T, T_h, O, T_d, O_h の他、 $D_4, C_{4v}, D_{2d}, D_{4h}, D_3, C_{3v}, D_{3d}, D_6, C_{6v}, D_{3h}, D_{6h}$ ）ある。これらを、次に数え上げてみよう。これら

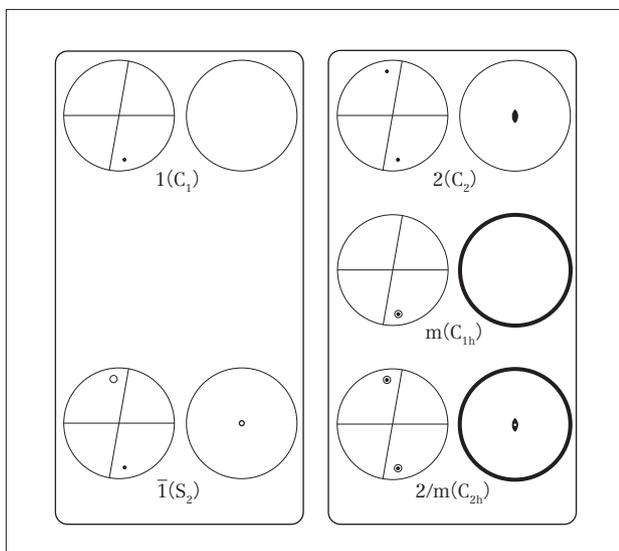


図 123-3 三斜晶系（左）と単斜晶系（右）のステレオグラム

の結晶では、どの向きの座標系でも χ' は対称行列となる。残りの結晶点群 13 種（三斜晶系の C_1, S_2 , 単斜晶系の C_2, C_{1h}, C_{2h} のほか、 $C_3, S_6, C_6, C_{3h}, C_{6h}, C_4, S_4, C_{4h}$ ）は対称性が低く、 χ' が対称行列になるとは言えない¹⁾。誘電率テンソルを表す行列は、 $\epsilon = \epsilon_0 I + \chi$ で定義される。したがって、 χ と ϵ のどちらか一方が対称行列であれば他方も対称行列となる。

結晶点群のステレオグラム（必要なら第 120 章を参照）を順に見て行く。

まず、三斜晶系と単斜晶系のステレオグラムを図 123-3 に示す。三斜晶系は回転軸がなく、前記の条件を満たさない。単斜晶系では z 軸が 2 回回転軸または 2 回回反軸 ($2/m$ では両方) である。しかし、 z 軸に垂直な回転軸も回反軸もない。したがって、対角行列になるとは言えない。

次に、直方晶系のステレオグラムを図 123-4 に示した。直方晶系では z 軸が 2 回回転軸または 2 回回反軸 (mmm では両方) であり、 z 軸に垂直な 2 回回転軸または 2 回回反軸またはその両方を持つ。したがって、対角行列になる。図中に結晶点群の記号を太線で囲み、十分条件となる対称要素を破線で囲んだ。

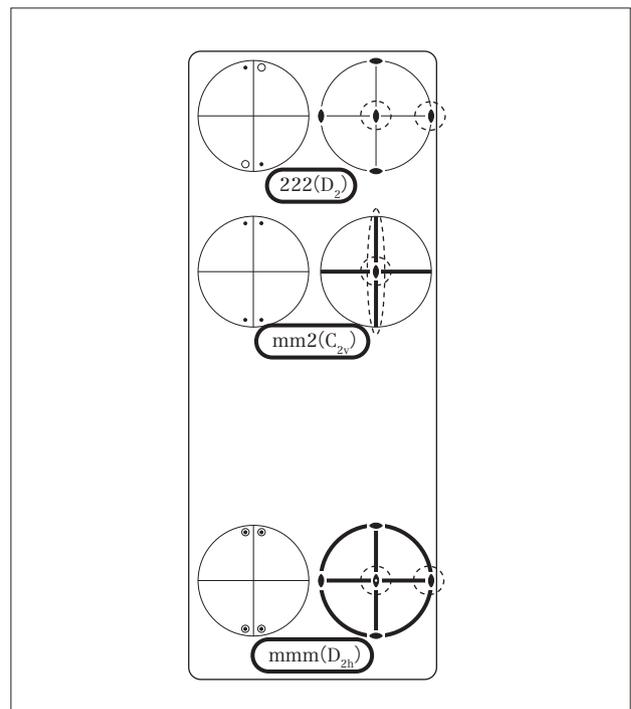


図 123-4 直方晶系のステレオグラム

■ 事項

	頁	カラム	行		頁	カラム	行
映進面	3	右	6	格子面	16	左	11
X線回折	45	右	下9	交代行列	77	左	2
n回回転軸	2	左	18	コーシーの不等式	92	左	5
エルミート行列	93	右	下8	国際記法	15	左	2
エルミート変換	93	右	下6	固有値	91	左	3
円二色性	86	右	1	固有ベクトル	91	左	3
円複屈折	87	左	下1	コリオリ力	80	左	9
オイラー角	76	左	下17	最密充填面	28	右	14
オブバース	28	左	19	三角不等式	92	左	5
オンサーガーの相反定理	80	左	7	三斜晶系	16	左	下8
回映	15	左	下12	三方晶系	18	左	下3
回転軸	15	左	4	シェーンフリース記号	15	左	3
回反軸	15	左	11	磁化	54	右	12
完面像	45	左	下7	磁気感受率テンソル	56	右	下12
基底	14	右	3	軸性ベクトル	57	左	18
基本格子ベクトル	14	左	下9	軸率	31	左	6
基本単位胞	14	左	下8	実線形空間	91	右	下9
鏡映	15	左	下9	斜方晶系	16	右	下3
鏡映面	2	右	9	シュミットの直交化法	92	右	16
行列式	90	右	下8	シュワルツの不等式	92	左	4
極性ベクトル	57	左	16	随伴行列	93	右	下11
クロネッカーのデルタ	90	左	下6	随伴変換	93	右	下10
群	32	左	14	スカラー行列	90	右	15
計量線形空間	92	左	3	ステレオグラム	32	右	5
計量同型写像	92	右	下5	正規行列	96	右	2
結晶系	16	左	19	正規直交基底	92	左	下3
結晶軸	16	左	18	正規直交系	92	左	下4
結晶点群	32	左	13	正方晶系	17	左	下9
格子定数	14	右	下7	線形写像	92	左	下8
格子点	14	左	下2	センタリング	24	左	6
格子ベクトル	14	左	9	対角行列	82	左	下17

索引

■ 事項

	頁	カラム	行
対称行列	76	右	下 8
体心格子	24	左	下 14
単位胞	14	左	下 10
単斜晶系	16	右	11
単純格子	24	左	13
直線二色性	83	右	7
直線複屈折	82	右	下 8
直方晶系	16	右	下 3
底心格子	24	左	22
デバイ・シェラーカメラ	48	右	5
電気感受率テンソル	56	右	1
点群	32	左	4
電子の古典半径	52	右	下 5
転置行列	89	右	1
同型写像	92	左	下 6
透磁率テンソル	57	左	10
特性方程式	91	左	17
トムソン散乱	47	左	9
内積	91	左	下 1
ノルム	91	右	11
波数空間	51	右	13
反転	15	左	13
ビオ・サバールの法則	67	左	下 9
非基本単位胞	14	左	下 7
複屈折	82	右	下 12
複素線形空間	91	右	15
ブラッグ条件	47	右	13
ブラベー格子	23	左	7
フリーデルの法則	45	右	下 9
分極	54	右	12
ヘルマン・モーガン記号	15	左	3

	頁	カラム	行
万華鏡	9	左	3
ミラー指数	31	右	10
ミラー指数	52	左	下 14
面心格子	24	左	下 11
誘電率テンソル	57	左	1
ユニタリ行列	94	左	13
余因子行列	90	右	下 8
ラウエカメラ	48	右	4
ラウエクラス	45	右	1
ラウエ群	45	右	8
立方晶系	17	右	4
リバーズ	28	左	21
ローレンツ場	65	右	3
六方最密構造	28	右	9
六方晶系	18	左	3

■ 人名

	頁	カラム	行
Abraham	53	人物	9
Boltzmann	44	人物	11
Boole	101	人物	18
Bragg, W. H.	22	人物	9
Bragg, W. L.	22	人物	1
Bravais	31	人物	1
Cayley	101	人物	1
Clebsch	62	人物	9
Cotton	62	人物	14
Daubenton	13	人物	16
Drude	62	人物	21

索引

■ 人名

	頁	カラム	行
Faraday	73	人物	20
Friedrich	53	人物	19
Hamilton	62	人物	19
Hamilton	101	人物	20
Haüy	13	人物	1
Henry	73	人物	1
Hilbert	53	人物	10
Hopkins	101	人物	14
Kelvin	101	人物	15
Kirchhoff	62	人物	9
Knipping	53	人物	19
Laue	44	人物	下4
Laue	53	人物	1
Lummer	53	人物	13
Maxwell	101	人物	15
Mouton	62	人物	14
Neumann, C. G.	62	人物	7
Neumann, F. E.	62	人物	6
Peacock	101	人物	14
Planck	44	人物	下4
Planck	53	人物	13
Röntgen	44	人物	12
Sénarmont	31	人物	15
Sommerfeld	53	人物	17
Stokes	101	人物	14
Sylvester	101	人物	21
Voigt	53	人物	9
Voigt	62	人物	1
大河内正敏	44	人物	13
田中館愛橘	44	人物	10
田丸卓郎	44	人物	8

	頁	カラム	行
寺田寅彦	44	人物	1
長岡半太郎	44	人物	11
夏目漱石	44	人物	8
西川正治	44	人物	下2
本多光太郎	44	人物	13
山川健次郎	44	人物	13

■ 記号

	頁	カラム	行
$(h k l)$	31	右	13
$(h k \bar{l})$	31	右	5
$[u v w]$	31	左	下5
$\{h k l\}$	31	右	14
$\{h k \bar{l}\}$	31	右	9
$\langle u v w \rangle$	31	右	3

著者略歴

本宮佳典 (ほんぐう・よしのり), Yoshinori Hongu

1956年 神奈川県藤沢市生まれ
1975年 神奈川県立湘南高等学校卒業
1979年 東京大学理学部物理学科卒業
1984年 東京大学大学院理学系研究科物理学専攻博士課程修了 理学博士
同年, 株式会社東芝入社 光応用機器の研究開発に従事
2012年 東芝リサーチ・コンサルティング株式会社 シニアフェロー
2018年 株式会社東芝 研究開発センター (2021.10退職)
法政大学理工学部 (兼任講師) (2018.4~)



第20回 (2019年度) 応用物理学会業績賞 (教育業績) 受賞

「波動光学の風景」の情報は以下のURLで公開しています。 <https://www.adcom-media.co.jp/opluse/wave/>

波動光学の風景 結晶編 (1)

2019年8月25日初版発行

2023年2月1日第2版発行

著者 本宮 佳典
発行者 喜多 野乃子
発行所 アドコム・メディア株式会社

〒169-0073 東京都新宿区百人町2-21-27

電話 (03)3367-0571(代)

Advanced Communication Media Co. Ltd., Tokyo, Japan, 2019

ISBN978-4-910636-22-1 C3042 ¥3600E

©Yoshinori Hongu 2019

印刷/製本 ㈱ブックフロント

Printed in Japan

- ・本書に掲載する著作物の複製権・翻訳権・上映権・譲渡権・公衆送信権 (送信可能化権を含む) はアドコム・メディア㈱が保有します。
- ・**JCOPY** <出版者著作権管理機構 委託出版物>
本書の無断複製は著作権法上での例外を除き禁じられています。複製される場合は、そのつど事前に、出版者著作権管理機構 (電話 03-5244-5088, FAX 03-5244-5089, E-mail info@jcopy.or.jp) の許諾を得てください。