力学

@Quantum Atsuo

2024/11/03

目次

| 第1章力学の基礎 9 | | | | |
|----------------|------------------|-----|--|--|
| §1 | 自由度 | 9 | | |
| $\S 2$ | 座標 | 11 | | |
| § 3 | 位置ベクトル | 14 | | |
| §4 | スカラー三重積・ベクトル三重積* | 20 | | |
| § 5 | 速さ | 24 | | |
| § 6 | 極限 | 26 | | |
| §7 | 微分法 | 30 | | |
| § 8 | 速度ベクトル | 35 | | |
| § 9 | 微分と極限 | 37 | | |
| §10 | 積分 | 41 | | |
| §11 | 定積分 | 45 | | |
| §12 | Taylor の定理 | 51 | | |
| §13 | 加速度 | 57 | | |
| §14 | 多変数函数の微積分 | 59 | | |
| 第 2 章 運動の法則 64 | | | | |
| §15 | 運動の法則 | 64 | | |
| §16 | Galilei の相対性原理 | 68 | | |
| §17 | 一様重力場 | 70 | | |
| §18 | 摩擦力 | 78 | | |
| §19 | 空気抵抗 | 82 | | |
| §20 | 等速円運動 | 86 | | |
| §21 | 非慣性系 | 90 | | |
| §22 | 対称性 | 94 | | |
| §23 | エネルギー保存則 | 96 | | |
| §24 | 線積分 | 101 | | |
| §25 | エネルギーの原理と保存力 | 105 | | |
| §26 | 運動量保存則 | 110 | | |

| §27 | 単振り子 | 113 |
|-----------|--------------------------|-------------------|
| §28 | 二体系の運動方程式 | 118 |
| §29 | 弾性衝突 | 122 |
| §30 | 撃力 | 126 |
| §31 | 単位と次元 | 132 |
| 第 3 章 振動論 | | 135 |
| §32 | 単振動 | 135 |
| §33 | 減衰振動 | 142 |
| §34 | 振動の二体問題 | 145 |
| §35 | 行列 | 148 |
| §36 | 行列式 | 153 |
| §37 | 実対称行列の固有値問題 | 161 |
| §38 | 振動のモード; 二体系 | 164 |
| §39 | 振動のモード; 多体系 | 167 |
| §40 | 振動のモード; 周期的境界条件 | 173 |
| §41 | 強制振動* | 176 |
| §42 | 共鳴現象* | 181 |
| 第4章中心力場 | | 186 |
| §43 | | 186 |
| §44 | | 189 |
| §45 | | 194 |
| §46 | Coulomb ポテンシャル | 198 |
| §47 | | 203 |
| §48 | | 205 |
| §49 | Laplace-Runge-Lenz ベクトル* | 207 |
| §50 | | 210 |
| §51 | 体積積分 | 214 |
| §52 | | 220 |
| §53 | 立体角 | 225 |
| §54 | 散乱理論 | 228 |
| §55 | 散乱問題; 剛体球ポテンシャル | 230 |
| §56 | 散乱問題; Coulomb ポテンシャル | 232 |
| 第5章 剛体の力 | L 224 | 236 |
| | 'J子 | 200 |
| §57 | | $\frac{236}{236}$ |

| | $\S 59$ | 剛体の運動方程式 | 243 |
|------|---------|---|-----|
| | §60 | 慣性モーメントの計算 | 247 |
| | §61 | 任意の点の周りの回転運動 | 253 |
| | $\S62$ | 剛体の力学的平衡 | 255 |
| | $\S63$ | 剛体振り子 | 258 |
| | §64 | 慣性主軸 | 262 |
| | $\S65$ | Euler 角 | 264 |
| | §66 | 剛体の自由運動 | 267 |
| | $\S67$ | 円柱の運動 | 270 |
| | §68 | 撃力を受けた剛体の運動・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ | 272 |
| | §69 | 対称コマの運動 | 275 |
| | §70 | ジャイロスコープ | 280 |
| | §71 | 剛体の Newton 重力理論 | 284 |
| | $\S72$ | 潮汐力 | 287 |
| 参考文献 | | | 293 |
| 索引 | | | 294 |

序文

本稿は多岐に分かれるあらゆる物理学の諸分野の第一歩である力学を扱います. 力学の教科書は幾多もありますが,本稿の特徴としては(i)数学的な補足を丁寧につけていること,(ii)このあとに続く諸分野への動機づけを意識した補足を入れていること,(iii)力学の教科書としては省略されがちなテーマ(共鳴現象,三体問題,ジャイロなど)についても数式に基づいて極力丁寧な説明を施ししていること,が挙げられます. なるべく(i)-(iii)を満たすように心掛けています.

(i) に関しては数学と物理の説明をなるべく分離させることで実現しています. 数学の節ではスタイルも少し変えており,通常の数学の教科書のように定義から命題の証明という流れを汲んでいます.

本稿は前提知識としては高等学校のカリキュラムにあるようなレベルの物理学,数学(+化学,生物学)です。カリキュラムの変更などはあまり考慮できていませんが,たとえば複素数は前提とし行列は前提になっていません。今後このような観点で改善されるかもしれません。

各章の内容を簡単にまとめておきましょう. 力学の基礎では数学の準備が多めになっているが物理を始めるための最低限の用語を定義します. 運動の法則では力学の基礎となる法則を紹介し,保存則や具体的な応用を通して力学の正しさを理解していきます. また高校の教科書にあるトピックについて数学的にも物理的にもより厳密かつ一般的に再学習していくことが裏テーマにあります. 振動論,中心力場ではさらなる応用例を紹介します. それにとどまらず振動論では行列を駆使した計算方法を解説し,中心力場では曲面上の積分や立体角を解説した後に散乱問題を議論します. これらは電磁気学,天体力学,素粒子物理学,固体物理学といった広範の現象を記述するための基礎となるものです. 最後に剛体の力学では力学特有の応用例として剛体を扱います. 剛体の問題は工学(制御理論,構造力学,ロボット工学,航空宇宙学など)への応用が重要です.

1章と2章を学べば残りの章はどの順番でも読んでも問題はずです。節にアスタリスク(*)が付いているものは数学的に高度だったり発展的な内容のため、最初に読むときにはスキップしても良いことを表します。

明快さのために以下の規則を定めています:

- 1. 未定義の文字がないこと、重複した文字がないこと
- 2. 重要な式は異なる節で繰り返してもよい(式参照を使わない)

- 3. 天下り的でないこと、目的が先行した式変形・定義でないこと
- 4. 1 つの節が長くなりすぎないこと(たかだか 10 頁までであること)

適宜状況に応じてこれらを破ることもあります.

内容に関する質問, 間違いの指摘などは Twitter(X) (@QuantumAtsuo) またはメール (butsuri.t0wazugatari@gmail.com) までお願いします. エラッタは弊サイト (https://storytellphys.wordpress.com) にてまとめる予定です.

本稿は 2013 年より書き溜めてきた自分用のノートが元になっています.このノートをネット上に公開するアドバイスをいただいた同僚,それを紙の本として販売することに関して提案・アドバイスいただいた友人にこの場で深く感謝いたします.またサイトや Twitter(X) を通じて多くの方から計算ミスや誤植の指摘もいただいており,大変感謝いたします.

第1章 力学の基礎

§ 1. 自由度

私たちを含めすべての物は時間のながれる空間、時空間 (spacetime) にいる。物は空間の中で時間の経過とともに動いたり動かなかったりする。物が或る時間に或る場所に存在するということを物理学では時刻 (time) と位置 (position) で表現する。いつかのどこかに基準となるところを定めてやれば、「ある物がこの時刻にこの位置にあった」とか「ある物がこの位置にあった」とか「ある物がこの位置にあったのはこの時刻であった」ということが数によって表現できる。物の時刻を定めるのには一つの基準となる時刻があって、その時刻からどれだけ経過しているか(もしくはどれだけ過去か)を測りさえすれば定まる。日常生活ではたいてい西暦 0 年 1 月 1 日を基準としている。しかし、位置の場合は状況が異なる。なぜならば物は三次元の空間に置かれたとき、基準となる位置 (原点) から測らなければならない量の数は状況によって変わってくるからだ。

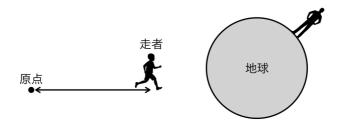


図1 自由度;50m 走の走者と地球上に立つ人

まず例として 50m 走を考えてみよう. スタート地点を原点とし, スタートの合図の瞬間を基準の時刻とする. そしてスタートから何秒後かのある瞬間を見たとき, 走者がどの位置にいるかはスタート地点から走者までの距離を測りさえすればよく, この 1 つの値で走者の位置は定まったといえる.

では次に地球で考えてみる。ただし地球は完全な球形としよう。今度は原点を地球の中心にとって、スタートの合図を基準時刻として何秒後かの或る瞬間を捉えてみる。地球上を自由に歩き回る人がいるとすると、或る時刻にこの人のいる位置を特定するために測るべき量は経度と緯度の2つであろう。経度や緯度は赤道と本初子午線を基準としてそこから測った二つの角度で指定する。中心から地表面までの距離はその人がどこにいようが一定なので測るま

第2章 運動の法則

§ 15. 運動の法則

物体の位置を時間の函数として求めることを考えよう.積分を駆使すれば速度や加速度の情報から位置を求めることができるということは前節で見た.その際は積分だけでは定まらない 6 個の定数を初期条件から与える必要があった.

加速度は物体に働く「力」と関係していることは直感的にも明らかであろう. ボールを投げたり, 荷物を引っ張ったり, 手で力を加えると物体は動き出す. また重力によって落下したりする.

Newton はこれらの力と加速度の間の関係性を実験により見つけ出した. それは、

$$m\frac{\mathrm{d}^2 \boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t^2} = \boldsymbol{F},\tag{15.1}$$

で与えられ、**Newton の運動方程式**(あるいは Newton 方程式)という. m は物体の質量 (mass) であり、F は力 (force) という.

運動方程式から定性的にわかることは、同じだけ加速するためには、重い物体にはより大きな力が必要となることである。また同じ質量の物体に対してより大きく加速するためにはより大きな力が必要となる。加速する向きと力の向きは平行であることもわかる。

一般に,位置と速度と加速度を結びつける方程式のことを運動方程式(equation of motion)と言う。Newton 方程式は運動方程式の 1 つであり,これは質点の運動についてのみ成り立つ。大きさを持った普通の物体や流体を扱うにはこの方程式ではなくほかの方程式が適当である. $^{1)}$ 大きさを持った物体に関してはその変形や回転の運動がなければやはり Newton 方程式で記述することができる。詳細は剛体の章で述べることにしてここでは大きさを持った物体の並進運動にも Newton 方程式を適用する.

運動方程式だけからは質点の位置の函数形を完全に決定することはできない. Newton 方程式をみれば方程式は位置の 2 階の微分を含むためにを 2 つ含む. これを取り除くために位置と速度のある時刻での値,初期条件が必要となる. もしくは後に述べる保存量を用いることでもこの不定性を取り除くことができる.

力は時間とともに変わる時間の函数であることもあるが、重力のように位置によって変わっ

¹⁾ 例えば剛体の Euler 方程式や流体の Navier-Stokes 方程式がある.

第3章 振動論

§ 32. 単振動

この節からしばらく一次元系を考えよう. 原点からの変位と逆向きに大きさ kx の力がはたらくとき、運動方程式は、

$$ma = -kx. (32.1)$$

ポテンシャルエネルギーは $V(x) = kx^2/2$ が存在するのでこの力は保存力である. したがってエネルギー保存則が成り立って.

$$\frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2 = \text{const}, (32.2)$$

となる. たとえばゴムひもやバネをのばしたとき物体にはたらく力はこのような法則に従う (Hooke の法則). この力は物体が原点から離れるほど原点へ戻そうとするので復元力とよばれる.

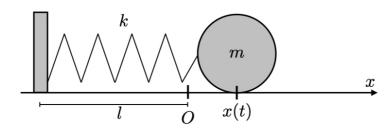


図 63 バネにつながれた質点の運動

バネの一方を壁に、もう一方には質量mの物体をとりつける。このmに比べてバネ自身の質量はとても小さく無視できるものとする。バネに何の力もはたらいていないときのバネの長さを自然長という。この自然長lからの伸びをxとすると(負のときは縮み),バネは伸びを戻そうとする力を物体に作用させる。バネの復元力は Hooke の法則にしたがい運動方程式は

$$m\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2} = -kx,\tag{32.3}$$

となる.ここに現れる比例定数 k をバネ定数といい,その値はバネの材質などによって異なり k が大きいほど固いバネである.x の原点は自然長のときの物体の位置

第4章 中心力場

§ 43. 中心力場の解法

中心力場 (central force) とは物体がその中心からの距離にのみ依存し、向きが中心方向(またはその反対向き)の力をうけるようなポテンシャルのことである。すなわちポテンシャルは球対称性を持っていて、同一球面上の質点は同じ大きさの力を受け、力の向きは球面に垂直である。このようなポテンシャルはありふれていて、例えば重力がそうである。地球上では物体はすべて重力によって地球の中心に向かう力を受けている¹⁾。また太陽の重力に引かれて地球や惑星・小惑星は楕円運動(ほぼ円運動)している。彗星は遠方からゆっくりやってきて太陽の近くで急激にターンして遠方に去っていくような楕円軌道を描く。これらの天体に関する事実は Kepler の法則にまとめられる。中心力を理解することは天文学の初歩である。

他方でミクロな世界に視線を向けると、原子も天体同様に中心力場で支配される。原子は (古典力学的な解釈では)原子核の周りに電子が回る構造をしている。核と電子の間に働くの は Coulomb 力とよばれる電磁気的な相互作用である。中心力場は原子の構造を理解する上で も重要となる。

では中心力場の議論に入ろう。質点の原点からの距離を $r=\sqrt{x^2+y^2+z^2}$ としてポテンシャルを V=V(r) とおく。ここではポテンシャルの発生源(ソース)が何であるかは特定せず一般的に扱う。ただしポテンシャルの中心は空間に固定されているとし、質点の運動のいかなる影響も受けないとする。このポテンシャル中の粒子の運動方程式は、

$$m\frac{\mathrm{d}^2 \mathbf{r}}{\mathrm{d}t^2} = -\nabla V(r),\tag{43.1}$$

である. ポテンシャルの微分は次のように計算される:たとえばx成分については、

$$\frac{\partial V(r)}{\partial x} = \frac{\partial r}{\partial x} \frac{\mathrm{d}V(r)}{\mathrm{d}r} = \frac{x}{r} \frac{\mathrm{d}V(r)}{\mathrm{d}r}.$$

ここで 2 つ目の等号について,この微分を実行するとき y と z は x によらない独立変数だから x 微分にとっては定数と思って計算できて,

$$\frac{\partial}{\partial x}\sqrt{x^2+y^2+z^2} = \frac{1}{2}\frac{1}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}\cdot(2x) = \frac{x}{r},$$

 $^{^{1)}}$ ただし地球は複雑な回転運動をしているため力の向きは正確には中心をむいていない。そのため地球自体も完全な球ではなく楕円体をしている。

第5章 剛体の力学

§ 57. 非慣性系の運動方程式

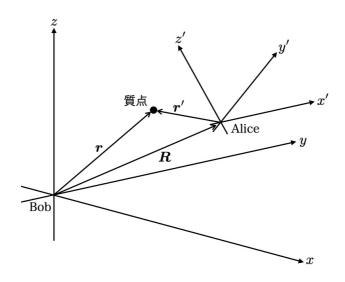


図 108 慣性基準系 Bob と非慣性基準系 Alice

Newton の運動方程式は慣性基準系にいる観測者に基づいていた. 慣性基準系から見た位置 r にある質点の Newton 方程式は (15.1) より,

$$m\frac{\mathrm{d}^2 \boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t^2} = \boldsymbol{F},\tag{57.1}$$

とかける.ここで F は質点に働く力の合力.慣性基準系の観測者 Bob から見て,別の観測者 Alice は加速度運動したりくるくると回転運動したりしているとする(図 108). すなわち Alice は Bob に対して非慣性的運動をしている. Alice から質点 r を観測するとき,運動方程 式はどのように書けるだろうか. Alice のような基準系は非慣性基準系という.

Bob から見た質点の位置ベクトルは基本ベクトル e_x , e_y , e_z を用いて $r=xe_x+ye_y+ze_z$ と展開できる.同じように非慣性系の基本ベクトルを e_x' , e_y' , e_z' とすると $r'=x'e_x'+y'e_y'+z'e_z'$ と展開できる.O の基本ベクトルの向きは時間によらないが,Alice の基本ベクトルの方

参考文献

- [1] V. D. バージャー, M. G. オルソン, 『力学―新しい視点にたって』, (培風館, 1992).
- [2] 山本義隆,中村孔一,『解析力学1(朝倉物理学大系)』,(朝倉書店,1998)
- [3] L. D. ランダウ, E. M. リフシッツ, 『力学』, (東京図書, 1986).
- [4] ゴールドスタイン, ポール, サーフコ, 『古典力学 (上)』, (吉岡書店, 2006).
- [5] 江沢洋, 中村孔一, 山本義隆, 『演習詳解 力学 [第 2 版]』, (筑摩書房, 2022).
- [6] 杉浦光夫,『解析入門 I』,(東京大学出版会,1980).
- [7] 杉浦光夫, 『解析入門 II』, (東京大学出版会, 1985).
- [8] 佐武一郎, 『線型代数学』, (裳華房, 1958).
- [9] 神保道夫, 『複素関数入門』, (岩波書店, 2003).
- [10] 武藤義夫、『ベクトル解析』、(裳華房、2011).
- [11] 寺沢 寛一, 『自然科学者のための数学概論』, (岩波書店, 1983).
- [12] L. D. Landau and E. M. Lifshitz, Fluid Mechanics, (Butterworth-Heinemann, 1987).
- [13] 松川宏, 『摩擦の物理』, (岩波書店, 2012).
- [14] 多摩川精機株式会社, 『ジャイロセンサ技術 (ポイント解説)』, (東京電機大学出版局, 2011).

索引

Amontons-Coulomb の法則, 78

Ba (バリ), 134 Borda の振り子, 261

Cauchy-Schwarz の不等式, 14, 18, 61 Cauchy の積分公式, 180 Cauchy の平均値の定理, 39, 52 Cavendish の実験, 203 CGS 単位系, 132 C^n 級函数, 60 Coriolis 力, 238, 239, 282 Coulomb ポテンシャル, 198, 204, 206, 207, 209, 210, 233 Cramer の公式, 160 C^∞ 級函数, 60

dyn(ダイン), 133 Dzhanibekov 効果, 269

 ϵ - δ 論法、28 erg(エルグ)、133 Euler 角、266、281 Euler の公式、137 Euler の定理、237 Euler 方程式(剛体の)、263、275、281

Foucault の振り子, 241

Fourier 変換, 177 FPS 単位系, 134

Galilei の相対性原理, 70, 96 Galilei 変換, 69, 96, 125

Heaviside の階段函数, 180 Heron の公式, 19 Hooke の法則, 135

J(ジュール), 133 Jacobian, 218, 223 Jacobi 行列, 217, 223 Jacobi 恒等式, 23 Jordan の補助定理, 178, 179

Kater の可逆振り子, 260 Kepler の第一法則, 206 Kepler の第三法則, 207 Kepler の第二法則, 207 Kepler の法則, 186 Kronecker のデルタ, 22 l'Hospital の定理, 40 Lagrange コマ, 267 Lagrange 点, 214 Lagrange の剰余項, 52 Lagrange の平均値の定理, 40 Lagrange の未定乗数法, 169 Laplace-Runge-Lenz ベクトル, 208 Laplacian, 284 Leibniz 則, 31 Levi-Civita 記号, 20, 153, 216 Lorentz 対称性, 96 Lorentz 摩擦, 59

Maclaurin 展開, 53 MKS 単位系, 132

N(ニュートン), 132 Napier 数, 28 Neil の放物線, 240 Newton 重力, 204, 284 Newton 定数, 203 Newton の運動方程式, 64, 70, 74, 95, 97, 110, 132, 194, 236 Newton の球殻定理, 286 Newton のゆりかご, 117 n 階微分, 57

Pa (パスカル), 134 Poisson 方程式, 284

Q值, 185

Riemann 和, 103 Rolle の定理, 39 Rutherford 散乱断面積, 234

Steiner の定理, 255, 260, 275

Taylor 展開, 53, 60, 115, 133, 139, 217, 260, 288 Taylor の定理, 52 Tsiolkovsky の式, 112

圧力, 134 雨, 70

位相 (phase), 137 位置, 9 位置エネルギー, 98 一次近似, 52 位置ベクトル, 15, 21, 35, 58, 62, 65, 69, 88, 95, 121, 187, 190, 204, 207, 211, 222, 227, 236, 238, 245, 254, 264, 272, 281

一様重力場, 70, 83, 98, 113, 127, 239 規格化, 162, 224, 266 一般相対性理論, 13, 74, 205, 284 基準モード, 166, 171, 175 擬スカラー, 218 上三角行列, 156 奇置換. 153 起潮ポテンシャル, 289 運動, 24 運動エネルギー, 98, 106, 119, 127 起潮力, 289 運動エネルギー (剛体の), 245, 253 基底, 190 運動の法則, 67, 69, 95, 255 軌道, 12 擬ベクトル,95 運動方程式, 64, 135, 142, 145, 164, 168, 173, 176, 186, 194, 204, 205, 207, 210, 229, 236, 基本行列, 151 基本ベクトル, 190, 194, 221, 236, 247, 263, 264, 238, 244, 287 運動方程式(剛体の), 253, 259, 263, 270, 273, 277, 266, 282 基本変形, 151, 154, 167 282 逆位相, 148 運動量, 110, 120, 133 逆行列, 150, 156, 161, 175, 218, 262, 264 運動量保存則, 110, 122, 127 逆二乗則, 203 球座標, 13 エネルギー, 98, 105, 113, 133 球面極座標, 13, 193, 219, 226, 247, 285, 289 エネルギーの原理, 106 仰角,74 エネルギー保存則, 74, 98, 107, 113, 123, 128, 135, 強制振動, 180, 182 188, 196, 200, 235, 259, 276 行ベクトル, 16, 148 円運動, 86, 93, 108, 138, 268, 286 共鳴, 184 遠隔作用, 204 行列, 148, 153, 161, 164, 168, 173, 191, 217, 246, 遠心力, 93, 238 262, 264 遠心力ポテンシャル, 188, 196 行列式, 153, 162, 165, 169, 218 円制限三体問題,211 極角, 193 円筒座標, 192 極限, 26, 30, 36, 39, 45, 48, 61, 86, 102, 129, 179, 201, 215, 262 大潮, 291 極座標, 190 極性ベクトル,95 開区間, 45 距離, 11 外積, 18, 20, 95, 187, 225, 245, 257, 282 近接相互作用, 205 外積(二次元の), 216 近接力,66 回転運動 (剛体の), 247 近点, 209 回転座標系, 92, 197, 211 近傍, 29 回転変換, 96, 233, 264 外力, 66, 111, 118, 127 空気抵抗, 82, 95, 108, 176 可換(微分の),60 偶置換, 153 角運動量, 187, 194, 199, 208, 211, 233 区間, 45 角運動量(剛体の), 246 角運動量保存則, 187, 196, 206, 208 区分求積法, 46, 102, 218, 225 角加速度, 133, 238, 247, 282 角振動数, 137, 143, 268 系, 10 撃力, 126, 272 角速度, 87 原子, 186 角速度ベクトル, 237, 238, 254, 262, 266, 282 角度座標, 190 原子核, 186 原始函数, 42, 97 過減衰, 144 減衰振動, 144, 176, 242 重ね合わせの原理, 148, 171 原点, 9, 11 加速度, 57, 64, 71, 80, 85, 87, 91, 95, 116, 132, 195, 205, 212, 236 交換律, 15 滑車,67 向心力, 88, 108 換算質量, 120, 146, 167, 207, 253 拘束条件, 10, 80 慣性基準系, 69, 90, 118, 122 剛体, 243, 247, 253, 264, 267, 284 慣性系, 68, 90, 96 剛体球ポテンシャル, 231 慣性主軸, 246, 263 慣性の法則, 13, 65, 68, 90, 267 公転, 26 公転周期, 207 慣性モーメントテンソル, 246 慣性力, 91, 238, 282 勾配, 61, 190, 192, 223, 285, 289 勾配(立体角の), 228 完全弹性衝突, 111, 117, 122 完全反対称性, 20 互換, 153 固有值, 161, 165, 168, 174 完全非弾性衝突, 111 固有ベクトル、161、165、169、174 ガンマ函数, 142 固有方程式, 161, 166, 170, 174

転がり摩擦、274

歳差運動, 268, 278 最大・最小値の定理, 38 最大静止摩擦力, 257, 272 座標, 11 座標系, 12 鎖法則, 34, 62, 104, 192, 218, 223 作用点, 256 作用・反作用の法則,66 散逸, 108, 128, 144, 275 三角行列, 156 三角不等式, 14 三体問題, 210 三平方の定理, 17 散乱角, 123, 229, 231, 233

時間発展,24 時間反転,95 時空間, 9 軸性ベクトル,95 次元, 132 自己エネルギー, 205 時刻, 9 仕事, 106, 113, 133, 183 仕事率, 183 自然長, 135, 144, 145, 164 下三角行列, 156 実験室系, 121, 124 実対称行列, 161, 168, 174 質点, 10 質量, 64, 74 質量(剛体の), 244 支点, 256 ジャイロコンパス, 283 ジャイロスコープ, 283 斜方投射, 73, 100 周期, 88, 114, 137, 148, 183, 242, 259, 268, 279 重心(剛体の),243 重心系, 121, 124 重心座標, 119, 145, 210, 244, 254, 259, 273 収束, 27, 40 終端速度, 84, 229, 231 周期的境界条件, 173 自由度, 10, 80, 87, 97, 121, 187, 243, 253, 276 重力,70,186

重力加速度, 71, 94, 95, 138, 239, 260, 271, 286 重力相互作用, 204, 210 重力定数, 203 重力場, 205 重力ポテンシャル、204、276、284、288 主慣性モーメント, 262 縮退, 161, 167, 174 縮約,22 瞬間の速さ, 25 上限, 29 章動、279 衝突パラメータ, 229, 231, 234 初期条件, 58, 64, 75, 83, 88, 96, 127, 136, 143, 146, 171, 175, 189, 229, 231, 233, 239, 245, 270, 273, 277, 281 振動, 136

振動(極限の),27 振動数, 138, 165, 168, 184, 242 ジンバル, 283 振幅, 136, 144, 148, 166, 182 垂直抗力, 66, 72, 78, 88, 107, 117, 127, 256, 257, 数ベクトル,14 スカラー, 15, 103, 153, 161, 216 スカラー三重積, 21, 154, 209, 218, 228 スカラー倍, 148, 162 スカラー四重積, 23 スケール, 132 ステラジアン, 225 正規直交基底, 190 制限三体問題,210 静止摩擦係数, 79, 271 静止摩擦力, 78, 89, 128, 257 正則行列, 150, 156, 174 正定値性, 18 制動距離, 109 成分(ベクトルの), 14, 190 正方行列, 148, 156, 161 積(行列の),149 積分, 41 積分定数, 42, 47, 51, 58, 64, 98, 137, 143, 276 斥力, 202 斥力芯, 197 接線, 31, 40, 45, 52, 103 摂動, 214, 240 接ベクトル, 224 零行列, 150 漸近線, 84, 201, 233 線型結合, 148, 157, 166, 171, 175 線型性(微分の), 31, 119 線型性(積分の),46 線型性(線積分の),104 線型性(行列式の), 156 線型連立方程式, 159 線積分, 102, 214, 223, 228 全微分, 60 全微分可能,60 線密度, 250 双曲線, 200

相互作用, 66, 111, 118, 126 相対位置ベクトル, 16, 96, 210 相対座標, 120, 145, 207, 210, 284 相対速度, 70, 83, 96 相対的, 12 ソース, 186 速度, 24, 36, 57, 64, 69, 73, 78, 83, 88, 92, 95, 96, 102, 105, 142, 196, 231, 235, 238, 240, 274. 286 速度ベクトル、36,69,96,103,120,187,189,237, 254

ダイアド, 149 第一宇宙速度, 286 第一種永久機関, 109 第一種完全楕円積分, 115, 260 対角化, 163, 165, 168, 174, 262, 264 対角化可能, 163, 168, 174, 262 対角成分, 150, 156, 163, 165, 248, 262 対称行列, 161, 262 対称コマ, 267, 275 対称性,94 対称テンソル, 262 体積積分, 215, 221 体積要素, 215 太陽, 12, 26, 58, 205, 214, 291 楕円, 202 多重積分, 63 多体問題, 122 多段式垂直衝突球, 129 単位, 132 单位行列, 150, 161, 165, 169, 248, 264 単位系, 132 単純歳差運動,282 単振動, 136, 146, 165, 168, 241, 268 弾性衝突, 122

カ,64 力のモーメント,247 置換,153 置換積分,49 地球,9,26,58,66,71,98,186,193,206,238,286,287 中間値の定理,29 中心力場,186,194,198,208,229 中立,202 潮汐力,287 張力,67,88,92,113,138,241,258 直交行列,162,165,168,174,262,264 直交座標,11,70,189,194,199,214,247,264

つり合っている, 65, 68, 72, 78, 84, 92

定滑車, 67 抵抗, 142 定積分, 46 てこの原理, 257 テニスラケットの定理, 269 デルタ函数, 248 転回点, 197, 200 電子, 186 転置行列, 150, 155, 262

同位相, 148

動滑車, 68 導函数, 30, 41, 60 動径座標, 190 等時性, 115 等速直線運動, 65, 68, 73, 90, 98, 119, 122 動摩擦係数, 79, 128, 271, 274 動摩擦力, 79, 128 特殊相対性理論, 70, 96 特性函数, 215, 221 特性方程式, 142 特解, 177 トルク, 247 トロヤ群, 214 内積, 17, 20, 70, 88, 103, 109, 149, 161, 172, 175, 190, 209, 216, 224, 235, 263, 276

二原子分子, 253 二項定理, 32 二次曲線, 199 二体問題, 121, 145, 164, 210 入射フラックス, 230 入射粒子, 229

眠りゴマ,280

場, 205 媒介変数表示, 87, 223 発散(極限の), 27 バネ定数, 135, 145, 164, 167 場の理論, 205 速さ, 25, 36 パリティ奇, 95 パリティ(4, 95 パリティ変換, 94, 218 半開区間, 45 反対称行列, 161 半値幅, 185 反発係数, 111, 122, 128, 231

非圧縮性条件, 245 非可換, 150 非慣性基準系, 236 非慣性系, 69, 90, 236, 245, 263, 282 ピサの斜塔, 71 微小線要素, 101 微小面積要素, 222 非斉次微分方程式, 176 左極限, 27 微分, 30, 35, 38, 41, 45, 51, 57, 59, 64, 69, 83, 95, 117, 132, 136, 176, 186, 190, 208, 223, 230, 232, 234, 237, 244, 255, 268, 282 微分(合成函数の), 34, 49, 86, 87, 113 微分(積の), 97, 105 微分可能, 30, 38, 60 微分係数,30 微分散乱断面積, 230, 232, 234 微分積分学の基本定理, 48, 103 微分方程式,65 標的粒子, 229 ビリヤード,273

復元力, 135, 280 不定形, 40 不定積分, 42 部分積分, 43, 181 振り子, 113 不連続, 27

平均の速さ, 25 閉区間, 45 平行六面体, 21, 154, 218 並進運動(剛体の), 243 並進変換, 96 平面三体問題, 210 ベータ函数, 141ベクトル, 14ベクトル三重積, 21, 228, 255変位ベクトル, 36変数分離, 85, 100, 114, 136, 198, 277偏微分, 59

方位角, 193, 230 方向微分, 36, 62, 107, 223 方向ベクトル, 20, 62 法線ベクトル, 220, 227 放物線, 202 放物線軌道, 73, 84 保存量, 96, 110, 119 保存力, 107, 141 ポテンシャル, 107, 119, 136, 186, 197, 204, 230, 231, 277 ポテンシャルエネルギー, 98

摩擦, 78, 89, 106, 128

見かけの力, 91, 197 右極限, 27 密度分布, 243

無次元量, 133, 182, 225

面積速度保存則, 207 面積分, 222 面密度, 248

モンキーハンティング,75

躍度, 59

有界, 29 有界運動, 136, 200, 206 有界性定理, 38 有効重力加速度, 239 有効ポテンシャル, 197 ユニタリ行列, 175

余因子, 157 余因子展開, 159, 169, 174 余弦定理, 17, 285

力学的エネルギー保存則, 98, 107 力学的平衡, 65, 267 力学的平衡 (剛体の), 255 力積, 110, 127, 133, 272 力点, 256 離心率, 208 立体角, 225, 230 留数定理, 180 臨界減衰, 145

累次積分, 215, 221 ループ, 102

零ベクトル, 15, 65, 161, 165 列ベクトル, 148, 159 連成振動, 145 連続, 27, 31, 38, 45, 50, 52, 60, 102, 112, 178, 205, 243

ロケット, 111